

# **RUDOLF STEINER**

## **DIE VIERTE DIMENSION Mathematik und Wirklichkeit**

**GA-324a**

Hörernotizen von Vorträgen über den  
mehrdimensionalen Raum und von  
Fragenbeantwortungen zu mathematischen Themen

*Sechs zusammenhängende Vorträge,  
gehalten in Berlin vom 24. März bis 7. Juni 1905.  
Zwei Einzelvorträge in Berlin  
vom 7. November 1905 und 22. Oktober 1908.  
Fragenbeantwortungen von 1904 bis 1922*

**RUDOLF STEINER VERLAG  
DORNACH/SCHWEIZ**

# Inhaltsverzeichnis

I • 01 DENKWEISE DES MATHEMATIKERS UND WIRKLICHKEIT .....	3
I • 02 ASTRALWELT .....	14
I • 03 ASTRALWELT IST VIERDIMENSIONAL .....	23
I • 04 ASTRALE MATERIE .....	37
I • 05 GEOMETRISCHE EIGENSCHAFTEN DES RHOMBENDODEKAEDERS .....	48
I • 06 PROJEKTION DES WÜRFELS IN EIN SECHSECK .....	59
II • 01 DER VIERDIMENSIONALE RAUM .....	72
II • 02 ÜBER DEN MEHRDIMENSIONALEN RAUM .....	82
Fragenbeantwortungen 1904 -1922 .....	91

# I • 01 DENKWEISE DES MATHEMATIKERS UND WIRKLICHKEIT

## Naturwissenschaft – GA-324a Die vierte Dimension – Mathematik und Wirklichkeit

Denkweise des Mathematikers und Wirklichkeit. Dimensionen des Raumes. Übergang von niederen zu höheren Dimensionen durch Bewegung. Spiegelsymmetrie. Verhältnis von Aussenwelt und Innenempfindung. Analogie zur Krümmung einer Strecke zum Kreis. Übergang zur Wirklichkeit. Vergleich mit Petschaft und Siegelack. Vierte Dimension als Denkmöglichkeit und Wirklichkeit. Oskar Simony und die Belebung der Raumvorstellung.

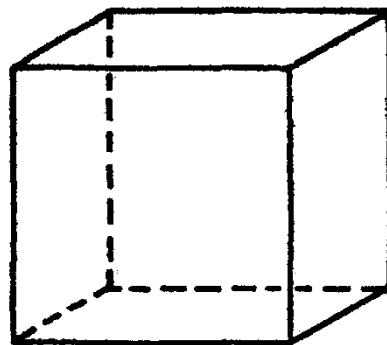
Erster Vortrag, Berlin, 24. März 1905

---

Wenn Sie enttäuscht sein sollten über das, was Sie jetzt hören werden, will ich vorausschicken, dass ich heute ganz elementare Dinge [über die vierte Dimension] besprechen will. Wer tiefer eindringen will in diese Frage, müsste mit den höheren Begriffen der Mathematik genau bekannt sein. Ich möchte Ihnen einige ganz elementare und allgemeine Begriffe geben. Man muss unterscheiden zwischen der Möglichkeit zu denken in einem vierdimensionalen Raum und der Wirklichkeit. Wer imstande ist, dort Beobachtungen zu machen, hat es mit einer Wirklichkeit zu tun, die weit hinausreicht über das, was wir als das Sinnlich-Wirkliche kennen. Man muss Gedankenumformungen machen, wenn man sich hierher begibt. Sie müssen die Dinge ein wenig in die Mathematik hineinspielen lassen, sich hineinfinden in die Denkweise des Mathematikers.

Man muss sich klarwerden, dass der Mathematiker keinen Schritt tut, ohne sich Rechenschaft zu geben von dem, was in seinen Schlussfolgerungen eintrifft. Wir müssen aber auch gewahr werden, wenn wir uns mit Mathematik beschäftigen, dass selbst der Mathematiker keinen Schritt [in die Wirklichkeit] vordringen kann, dass er keine Schlussfolgerungen machen kann, [die über das bloss Denkmögliche hinausreichen]. Zunächst handelt es sich um einfache Dinge, die aber schon komplizierter werden, wenn man zum Begriff der vierten Dimension kommen will. Wir müssen uns klar darüber werden, was wir unter Dimensionen verstehen. Am besten macht man es sich klar, wenn man die verschiedenen Raumgebilde auf ihre Dimensionalität hin prüft. Sie führen zu Betrachtungen, welche erst im 19. Jahrhundert von grossen Mathematikern wie Bolyai, Gauss und Riemann in Angriff genommen worden sind.

Die einfachste Raumgrösse ist der Punkt. Er hat gar keine Ausdehnung; er muss gedacht werden. Er ist die Fixierung einer Ausdehnung im Räume. Er hat keine Dimension. Die erste Dimension ist die Linie. Die gerade Linie hat eine Dimension, die Länge. Wenn wir die Linie, die keine Dicke hat, selbst bewegen, treten wir aus der einen Dimension heraus, und die Linie wird zur Fläche. Diese hat zwei Dimensionen, eine Länge und eine Breite. Wenn wir die Fläche bewegen, so treten wir aus diesen zwei Dimensionen heraus, und wir erhalten den Körper. Er hat drei Dimensionen: Höhe, Breite, Tiefe (Figur 1).



Figur 1

Wenn Sie den Körper selbst bewegen, wenn man [zum Beispiel] einen Würfel im Räume herumführt, werden Sie wiederum nur einen Raumkörper bekommen. Sie können den [dreidimensionalen] Raum nicht aus sich heraus bewegen.

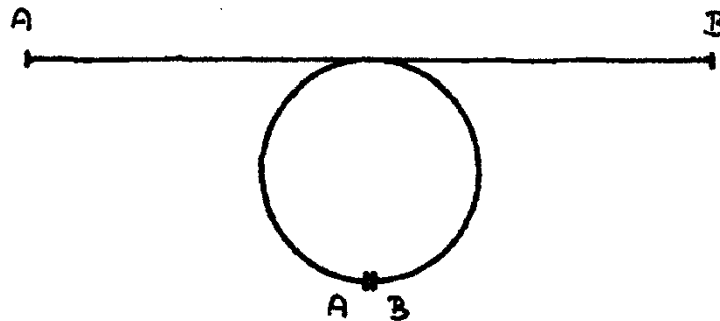


Figur 2

Wir müssen uns noch ein paar anderen Begriffen zuwenden. Wenn Sie eine gerade Linie betrachten, hat sie zwei Grenzen, zwei Endpunkte *A* und *B* (Figur 2).

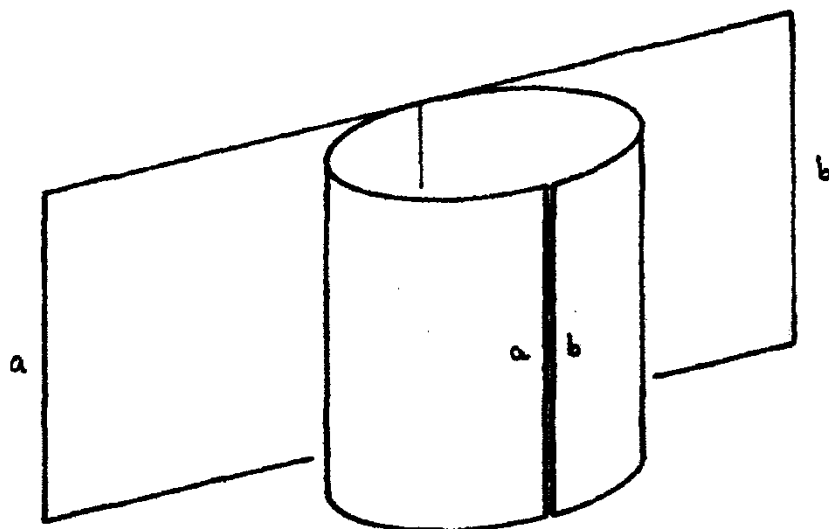
Stellen wir uns vor, dass *A* und *B* sich berühren sollen. Wenn sie sich berühren sollen, müssen wir aber die Gerade krümmen. Was geschieht? Sie können unmöglich in der [eindimensionalen] Geraden drinnenbleiben, wenn Sie *A* und *B* zusammenfallen lassen wollen. Um die Punkte *A* und *B* zu verbinden, müssen wir aus der Geraden selbst heraustreten, müssen wir also aus der ersten Dimension heraus und

übergehen in die zweite Dimension, die Fläche. Auf diese Weise entsteht aus der Geraden [eine geschlossene Kurve, das heisst im einfachsten Falle] ein Kreis, indem ihre Endpunkte zur Deckung gebracht werden (Figur 3).



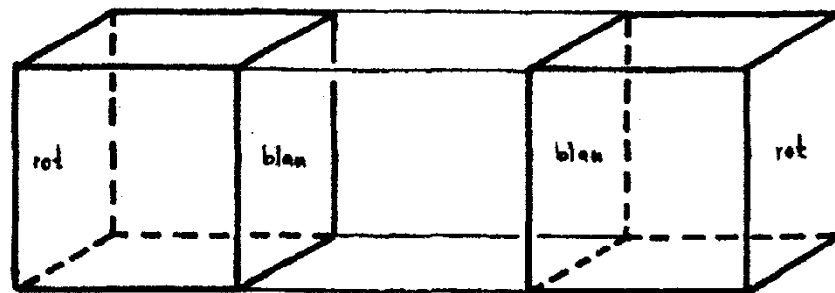
Figur 3

Es ist also notwendig, aus der ersten Dimension herauszugehen, man kann nicht in ihr drinnenbleiben. Nur so entsteht der Kreis. Sie können dieselbe Operation mit einer [rechteckig begrenzten] Fläche machen. Dies geht aber nur, wenn Sie nicht in den zwei Dimensionen drinnenbleiben. Sie müssen in die dritte Dimension hineingehen und bekommen dann aus der Fläche eine Röhre, einen Zylinder. Diese Operation geschieht auf ganz entsprechende Weise wie vorher, wo wir zwei Punkte zur Deckung brachten und dabei aus der ersten Dimension herausgegangen sind. Wir müssen hier [bei der Fläche], um zwei Grenzen der Fläche zur Deckung zu bringen, in die dritte Dimension hinübergehen (Figur 4).



Figur 4

Ist es denkbar, dass mit einem Raumgebilde, das schon selbst drei Dimensionen hat, eine ähnliche Operation ausgeführt werden könnte? Wenn Sie zwei kongruente Würfel haben, können Sie den einen in den anderen schieben. [Denken Sie sich nun zwei kongruente Würfel als Begrenzungen eines dreidimensionalen prismatischen Körpers.] Wenn Sie versuchen, den einen Würfel, der auf einer Seite rot [und auf der gegenüberliegenden Seite blau] gefärbt ist, zur Deckung zu bringen mit dem anderen Würfel, der sonst [geometrisch] ganz gleich ist, aber bei dem die rote und blaue Farbe vertauscht sind, dann können Sie die Deckung nicht anders herbeiführen, als indem Sie den Würfel drehen (Figur 5).



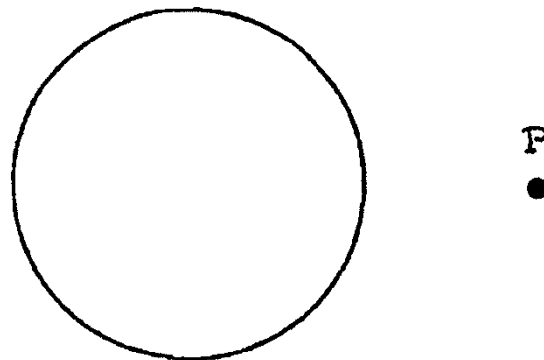
Figur 5

Betrachten wir ein anderes Raumgebilde. Nehmen Sie den Handschuh der linken Hand, so ist es Ihnen unmöglich, den Handschuh der linken Hand über die rechte Hand zu ziehen. Wenn Sie aber die beiden [spiegelsymmetrischen] Handschuhe zusammengehend betrachten wie die gerade Linie mit den Endpunkten *A* und *B*, so haben Sie etwas Zusammengehöriges. Es handelt sich dann um ein einziges Gebilde, mit einer Grenze [das heisst mit einer Spiegelebene] in der Mitte. Ganz ähnlich ist es auch mit den zwei symmetrischen Hälften der menschlichen Aussenhaut.

Wie können wir nun zwei [spiegel]symmetrische dreidimensionale Gebilde zur Deckung bringen? Nur wenn wir über die dritte Dimension hinausgehen, wie früher über die erste und zweite. Wir können den rechten oder linken Handschuh auch über die linke beziehungsweise rechte Hand stülpen, wenn wir durch den vierdimensionalen Raum gehen.

[Beim Aufbau der dritten Dimension (Tiefendimension) des Anschauungsraumes] bringen wir das Bild des rechten Auges zur Deckung mit dem des linken, stülpen es darüber.

Wir betrachten nun ein Beispiel von Zöllner. Wir haben hier einen Kreis und außerhalb desselben einen Punkt  $P$ . Wie können wir den Punkt  $P$  [in den Kreis] hineinbringen, ohne den Kreis zu durchkreuzen? Dies geht nicht, wenn wir innerhalb der Ebene bleiben. So wie man aus der zweiten Dimension in die dritte hinübergehen muss beim Übergang vom Quadrat zum Würfel, so *müssen* wir auch hier aus *der* zweiten Dimension hinausgehen. Bei einer Kugel gibt es ebenfalls keine Möglichkeit [in das Innere] hineinzugehen, ohne [die Kugeloberfläche zu durchstossen oder] über die dritte Dimension hinauszugehen.



Figur 6

Das sind Denkmöglichkeiten, die aber eine praktische Bedeutung haben für die Erkenntnislehre, [insbesondere für das Problem der Objektivität des Wahrnehmungsinhaltes]. Wenn wir uns klarmachen, wie man eigentlich wahrnimmt, werden wir zu folgender Anschauung kommen. Fragen wir uns zunächst: Wie erlangen wir durch die Sinne Kenntnisse von den Körpern? Wir sehen eine Farbe. Ohne Augen würden wir sie nicht wahrnehmen. Der Physiker sagt dann: Da draussen im Raum ist nicht das, was man Farbe nennt, sondern rein räumliche Bewegungsformen; die dringen durch unser Auge, werden vom Sehnerv aufgefangen, zum Gehirn fortgesetzt, und dort entsteht zum Beispiel das Rot. Man kann sich nun fragen: Ist das Rot auch vorhanden, wenn keine Empfindung da ist?

Das Rot könnte ohne Auge nicht wahrgenommen werden. Glockenläuten könnte ohne Ohr nicht wahrgenommen werden. Alle unsere Empfindungen hängen davon ab, dass Bewegungsformen umgewandelt werden durch unseren physisch-seelischen Apparat. Die Sache wird aber noch komplizierter, wenn wir uns fragen: Wo ist denn nun eigentlich das Rot, diese eigentümliche Qualität? Ist es am Körper? Ist es ein Schwingungsvorgang? Draussen ist ein Schwingungsvorgang, und der setzt sich fort bis ins Auge hinein, bis ins Gehirn selbst. Überall sind Schwingungs- [und Nerven]vorgänge, nirgends ist Rot. Auch wenn Sie das Auge untersuchen, Sie wür-

den nirgends Rot finden. Draussen ist es nicht, aber auch nicht im Gehirn. Nur dann haben wir Rot, wenn wir uns selbst als Subjekt diesen Bewegungsvorgängen entgegenstellen. Haben wir also überhaupt keine Möglichkeit, davon zu reden, wie das Rot dem Auge, wie Cis dem Ohr entgegenkommt?

Die Frage ist, was ist diese innere [Vorstellung], wo entsteht sie? In der philosophischen Literatur des 19. Jahrhunderts werden Sie finden, dass diese Frage alles durchzieht. Vor allem Schopenhauer hat die folgende Definition aufgestellt: Die Welt ist unsere Vorstellung. - Was bleibt dann aber noch für den äusseren Körper? [So wie eine Farbvorstellung durch Bewegungen «erzeugt» werden kann, so kann auch Bewegung in unserem Innern entstehen durch etwas, was im Grunde nicht bewegt ist. Betrachten wir dazu zwölf Momentaufnahmen einer [sich bewegenden] Pferdefigur auf [der Innenseite] einer [Zylinder-]Fläche, [die mit zwölf feinen Schlitzen in den Zwischenräumen versehen ist. Wenn wir seitlich auf den sich drehenden Zylinder blicken,] dann werden wir den Eindruck haben, dass es immer dasselbe Pferd bleibt, und dass es nur die Füsse bewegt. Also kann auch [der Eindruck von] Bewegung durch unsere [Leibes-Organisation] entstehen, wenn etwas sich [in Wirklichkeit] überhaupt nicht bewegt. So kommen wir zu einer vollständigen Auflösung von dem, was wir Bewegung nennen.

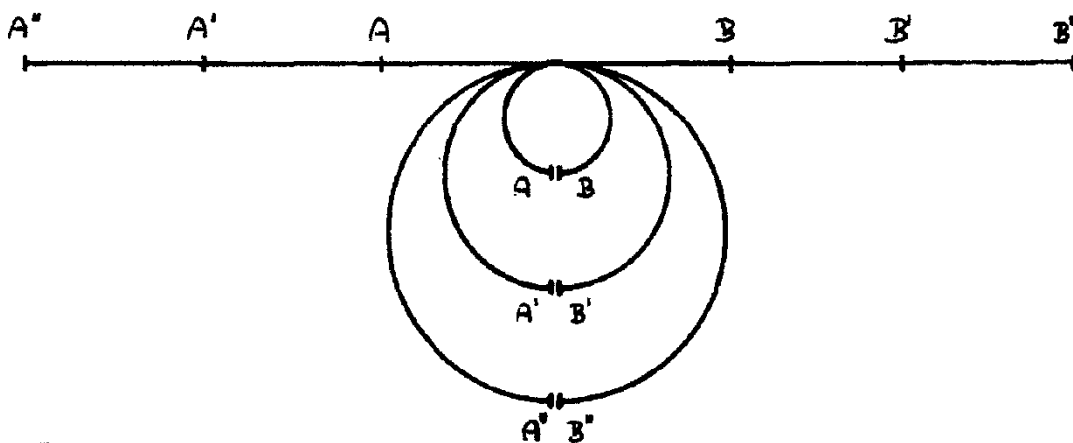
Was ist dann aber Materie? Ziehen Sie von der Materie ab Farbenglanz, Bewegung [Gestalt und so weiter, also das durch die sinnliche Wahrnehmung Vermittelte], dann bleibt nichts übrig. Wenn wir schon die [durch Aussenweltvorgänge im individuellen Bewusstsein hervorgerufenen sekundären, das heisst «subjektiven»] Empfindungen [Farbe, Ton, Wärme, Geschmack, Geruch] in unserem Innern zu suchen haben, so müssen wir auch [die primären, das heisst «objektiven» Empfindungen, Gestalt und Bewegung,] in unser Inneres versetzen, und damit verschwindet die Aussenwelt vollständig. Daraus ergeben sich aber grosse Schwierigkeiten [für die Erkenntnislehre].

Nehmen wir an, alles wäre draussen, wie kommen dann die Eigenschaften des Gegenstandes draussen in uns hinein? Wo ist nun der Punkt [wo das Äussere in das Innere übergeht]? Wenn wir alle [sinnlichen Wahrnehmungsinhalte] abziehen, so gibt es kein Draussen mehr. Auf diese Weise versetzt sich die Erkenntnistheorie in die Lage von Münchhausen, der sich am eigenen Haarschopf frei in die Höhe ziehen will. Nur dann aber, wenn wir annehmen, dass es ein Draussen gibt, nur dann können wir zu [einer Erklärung der] Empfindungen drinnen kommen. Wie kann etwas von aussen in unser Inneres hereinkommen und als unsere Vorstellung auftreten?



Wir müssen die Frage noch anders aufwerfen. Wir betrachten zuerst einige Analogien. Sie werden keine Möglichkeit haben, eine Beziehung [zwischen Aussenwelt und Innenempfindung] zu finden, wenn Sie nicht zu folgendem greifen. Wir kehren zurück zur Betrachtung der geraden Linie mit den Endpunkten  $A$  und  $B$ . Wir müssen über die erste Dimension hinausgehen, die Linie krümmen, um die Endpunkte zur Deckung zu bringen (Figur 7).

Denken Sie sich nun den linken Endpunkt  $A$  [dieser geraden Linie] mit dem rechten Endpunkt  $B$  so zusammengebracht, dass sie sich unten berühren, so dass wir imstande sind, [über die zusammenfallenden Endpunkte hinweg] zum Ausgangspunkt zurückzukehren. Wenn die Linie klein ist, ist auch der entsprechende Kreis klein. Wenn ich die [zunächst gegebene] Linie zum Kreise mache und dann immer grössere Linien zu Kreisen mache, dann rückt der Punkt, in welchem sich die Endpunkte treffen, immer weiter von der [ursprünglichen] Linie ab und geht in unendliche Entfernung.



Figur 7

der [ursprünglichen] Linie ab und geht in unendliche Entfernung. Erst in der unendlichen Entfernung haben [die grösser werdenden] Kreislinien ihren Endpunkt. Die Krümmung wird dabei eine immer schwächere, und schliesslich werden wir unmöglich mit dem gewöhnlichen Auge die Kreislinie von der Geraden unterscheiden können (Figur 8).

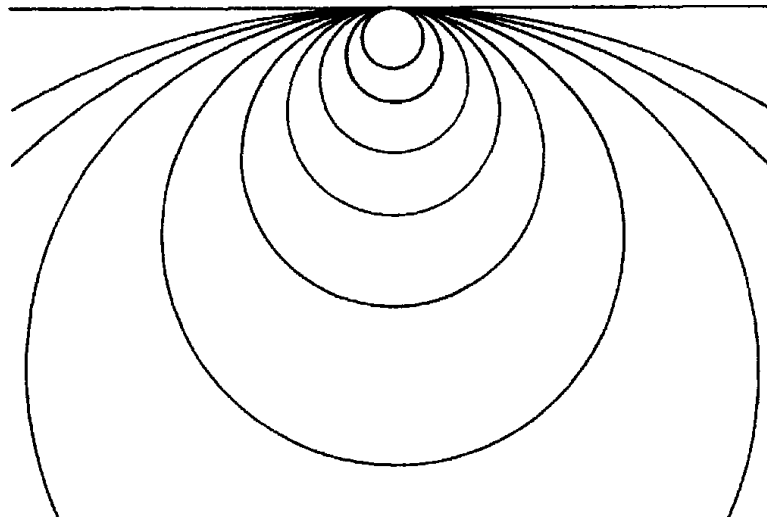
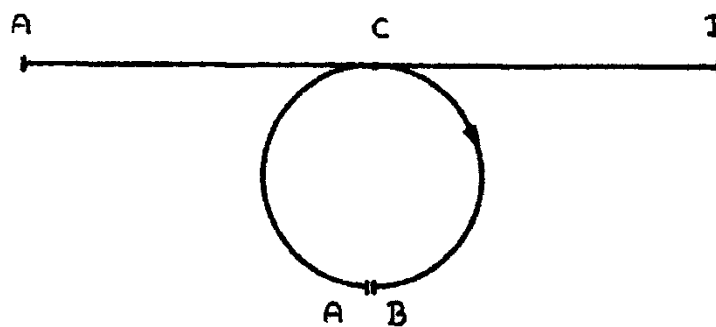


Fig. 8

Ganz entsprechend erscheint uns auch die Erde als ein gerades [flaches] Stück, wenn wir auf ihr gehen, obgleich sie rund ist. Wenn wir uns denken, dass die beiden Hälften der geraden Linie bis in die Unendlichkeit ausgedehnt werden, fällt der Kreis wirklich mit der Geraden zusammen. Dabei kann die gerade Linie als Kreis aufgefasst werden, dessen Durchmesser unendlich ist. Jetzt können wir uns allerdings vorstellen, dass, wenn wir [die gerade Linie durchlaufen und dabei] in der Linie drinbleiben, wir von der anderen Seite aus der Unendlichkeit [wieder] zurückkommen. Dabei müssen wir aber durch die Unendlichkeit hindurchgehen.



Figur 9

Denken Sie sich nun statt einer [geometrischen] Linie etwas, was eine Wirklichkeit ist, was sich verbindet mit einer Wirklichkeit. Stellen wir uns vor, dass mit dem Fortschreiten des Punktes C [auf der Kreisperipherie] eine Abkühlung eintritt, dass der Punkt immer kälter und kälter wird, je mehr er sich [von seinem Ausgangsort] entfernt (Figur 9), Lassen wir den Punkt zunächst innerhalb der Kreislinie, und, indem er immer kälter wird, die untere Grenze A, B erreichen. Wenn er auf der anderen

Seite zurückkehrt, nimmt die Temperatur wieder zu. Es tritt also auf dem Rückweg der zu dem Hinweg entgegengesetzte Zustand ein. Die Erwärmung nimmt zu, bis die Temperatur bei C wieder erreicht ist, von welcher wir ausgegangen sind. Wie ausgedehnt auch der Kreis sei, es ist immer derselbe Vorgang: ein Abfließen der Wärme und ein Heranfließen derselben. Denken wir uns das auch bei der [unendlich ausgedehnten geraden] Linie: Indem sich die Temperatur [auf der einen Seite immer mehr] verliert, kann sie auf der anderen Seite steigen. Wir haben hier einen Zustand, der sich auf einer Seite verliert, während er sich auf der anderen Seite wieder aufbaut.

So bringen wir Leben und Bewegung hinein in die Welt und nähern uns dem, was wir in einem höheren Sinne «Begreifen der Welt» nennen können. Wir haben hier zwei Zustände, die sich bedingen, die voneinander abhängig sind. Für alles aber, was Sie [sinnlich] beobachten können, hat der Vorgang, der, sagen wir, nach rechts verläuft, nichts zu tun mit dem, der von links zurückkommt, und doch bedingen sie sich gegenseitig.

Wir vergleichen nun den Körper der Aussenwelt mit dem Abkühlungszustand und im Gegensatz dazu unsere Innenempfindung mit dem Erwärmungszustand. [Obwohl Aussenwelt und Innenempfindung nichts unmittelbar sinnlich Wahrnehmbares gemeinsam haben,] stehen sie in einem Verhältnis zueinander, bedingen sich gegenseitig [in analoger Weise, wie sich die oben geschilderten Prozesse bedingen]. Daraus ergibt sich ein Zusammenhang der Aussenwelt [mit unserer Innenwelt], den wir unterstützen können durch ein Bild: [durch das Verhältnis von] Petschaft und Siegellack. Das Petschaft lässt einen genauen Abdruck, eine genaue Wiedergabe des Siegels im Siegellack zurück, ohne dass das Petschaft im Siegellack zurückbleibt [und ohne dass etwas Materielles vom Petschaft in den Siegellack übergeht]. Im Siegellack bleibt also eine getreue Wiedergabe des Siegels zurück. Ganz entsprechend ist es auch beim Zusammenhang von Aussenwelt und Innenempfindungen. Nur das Wesentliche [überträgt sich]. Die eine Zustand[sform] bedingt die andere, wobei aber nichts [Materielles] übergeht.

Wenn wir uns vorstellen, dass es sich so verhält mit [dem Zusammenhang zwischen der] Aussenwelt und unseren Eindrücken, kommen wir zu folgendem. [Geometrische] Spiegelbilder im Räume verhalten sich so wie Handschuhe von der linken und der rechten Hand. [Um diese unmittelbar und kontinuierlich miteinander in Beziehung zu setzen,] müssen wir eine neue Dimension des Raumes zu Hilfe nehmen. [Nun verhalten sich Aussenwelt und Inneneindruck analog wie geometrische Spiegelbilder, können folglich ebenso nur durch eine weitere Dimension unmittelbar miteinander in Verbindung gebracht werden.] Um nun eine Beziehung herzustellen zwischen Aussenwelt und Inneneindrücken, müssen wir also durch eine vierte Di-

mension gehen, müssen wir in einem dritten Element sein. Nur dort können wir das Gemeinschaftliche [von Aussenwelt und Inneneindrücken] suchen, wo wir [mit ihnen] eins sind. [Man kann sich diese Spiegelbilder wie] schwimmend in einem Meere [vorstellen], innerhalb welchem wir die Spiegelbilder zur Deckung bringen können. Und so kommen wir [zunächst rein gedanklich] zu etwas, was über den dreidimensionalen Raum hinweggeht und doch eine Wirklichkeit hat. Wir müssen also unsere Raumvorstellungen ins Leben bringen, sie beleben.

Oskar Simony hat versucht, diese belebten Raumgebilde mit Modellen darzustellen. [Wie wir gesehen haben, kommt man] von der Betrachtung des Nulldimensionalen [schrittweise] zur Möglichkeit, sich den vierdimensionalen Raum vorzustellen. [Anhand der Betrachtung spiegelsymmetrischer Körper, das heisst mit Hilfe der] Symmetrieverhältnisse, können wir diesen Raum zuerst [am leichtesten] erkennen. [Ein anderes Mittel, die Besonderheiten des empirischen dreidimensionalen Raumes im Verhältnis zum vierdimensionalen Raum zu studieren, bieten die Verknotungen von Kurven und Bändern.] Was versteht man unter Symmetrieverhältnissen? Dadurch, dass wir Raumgebilde miteinander verschlingen, rufen wir bestimmte Komplikationen herbei. [Diese Komplikationen sind Besonderheiten des dreidimensionalen Raumes; sie kommen in vierdimensionalen Räumen nicht vor.]

Lassen Sie uns ein paar praktische Denkübungen machen. Wenn wir einen Bandring in der Mitte durchschneiden, erhalten wir zwei solche Ringe. Zerschneiden wir nun entsprechend ein Band, dessen Enden um  $180^\circ$  verdreht und dann verklebt worden sind, so erhalten wir einen einzigen verdrehten Ring, der nicht zerfällt. Verdrehen wir die Band-Enden um  $360^\circ$  vor dem Zusammenkleben, so ergeben sich beim Zerschneiden zwei ineinander verschlungene Ringe. Verdrehen wir schliesslich die Band-Enden um  $720^\circ$ , so ergibt sich durch denselben Prozess ein Knoten.

Wer nachdenkt über Naturvorgänge, weiss, dass solche Windungen in der Natur vorkommen; [in der Wirklichkeit sind] solche verschlungenen Raumgebilde mit Kräften versehen. Nehmen Sie etwa die Bewegung der Erde um die Sonne, und dann die Bewegung des Mondes um die Erde. Man sagt, der Mond beschreibe um die Erde einen Kreis, doch [wenn man genauer hinsieht] ist es eine Linie, die wieder [um einen Kreis, den Bahnkreis der Erde,] herumgeschlungen ist, also eine Schraubenlinie um eine Kreislinie. Und dann haben wir die Sonne, die so schnell durch den Weltenraum eilt, dass der Mond noch um sie eine [zusätzliche] Schraubenbewegung macht. Es sind also sehr komplizierte Kräftelinien, die sich im Räume erstrecken. Wir müssen uns vergegenwärtigen, dass wir es mit komplizierten Raumbegriffen zu tun haben, die wir nur dann begreifen, wenn wir sie nicht starr werden lassen, wenn wir sie flüssig haben.

Vergegenwärtigen wir uns das Gesagte noch einmal: Das Nulldimensionale ist der Punkt, das Eindimensionale ist die Linie, das Zweidimensionale die Fläche und das Dreidimensionale der Körper. Wie verhalten sich diese Raumbegriffe zueinander?

Denken Sie sich, Sie wären ein Wesen, welches überhaupt nur längs einer geraden Linie sich bewegen kann. Wie müssten die Raumvorstellungen von solchen Wesen geartet sein, die selber nur eindimensional sind? Sie würden die Eindimensionalität bei sich nicht wahrnehmen, sondern nur Punkte sich vorstellen. Denn es gibt in der geraden Linie, wenn wir in ihr etwas zeichnen wollen, nur Punkte. Ein zweidimensionales Wesen könnte Linien antreffen, also eindimensionale Wesen unterscheiden. Ein dreidimensionales Wesen, etwa der Würfel, würde die zweidimensionalen Wesen wahrnehmen. Der Mensch nun kann drei Dimensionen wahrnehmen. Wenn wir richtig folgern, müssen wir uns sagen: Wie ein eindimensionales Wesen nur Punkte wahrnehmen kann, wie ein zweidimensionales Wesen nur eine Dimension, und ein dreidimensionales Wesen nur zwei Dimensionen wahrnehmen kann, so kann ein Wesen, das drei Dimensionen wahrnimmt, nur ein vierdimensionales Wesen sein. Dadurch, dass ein Mensch äussere Wesen nach drei Dimensionen abgrenzen kann, mit Räumen aus drei Dimensionen [umgehen kann], muss er vierdimensional sein. Und ebenso wie ein Würfel nur zwei Dimensionen wahrnehmen kann und nicht seine dritte, so ist es wahr, dass der Mensch die vierte Dimension, in der er lebt, nicht wahrnehmen kann.

## I • 02 ASTRALWELT

### Naturwissenschaft – GA-324a Die vierte Dimension – Mathematik und Wirklichkeit

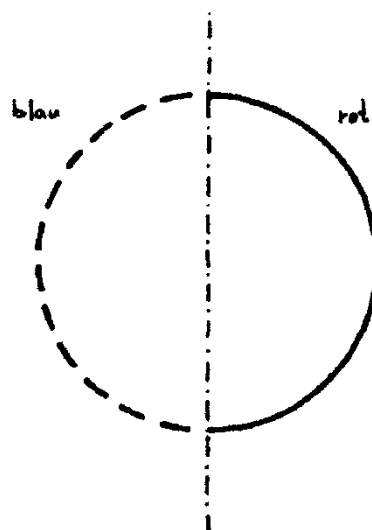
Betrachtungen zum vierdimensionalen Raum im Anschluss an Hinton. Symmetrie-Verhalten. Verschlingungen des Raumes als reale, mit Kräften ausgestattete Naturprozesse. Mond-Erden-Bewegung um Sonne als Beispiel. - Aufbau der Dimensionen. Mensch als vierdimensionales Wesen; in früheren Entwicklungszuständen war er dreidimensional. Astralwelt. Punkt und Umkreis; Gegensatz von lichtausstrahlendem Punkt und Dunkelheit hereinschickender Sphäre. Würfel und sein Gegenteil. Strahlungsvermögen als zusätzliche Dimension. Anwendung auf Quadrat und Würfel.

Zweiter Vortrag, Berlin, 31. März 1905

---

Heute will ich einiges Elementare über die Vorstellung des mehrdimensionalen Raumes besprechen [unter anderem in Anschluss an den] geistvollen Hinton.

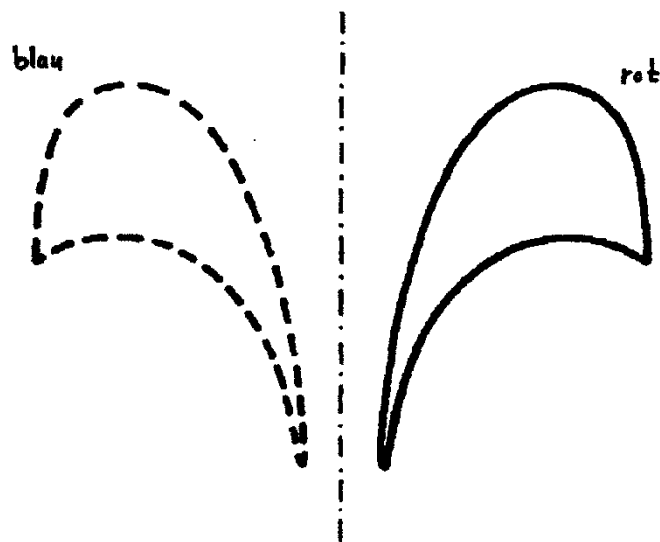
Sie erinnern sich, wie wir [das letzte Mal] von der Betrachtung der nullten Dimension bis zur Vorstellung des mehrdimensionalen Raumes kamen. Ich will die Vorstellungen, wie wir vom zwei- zum dreidimensionalen Raum kommen können, kurz noch einmal wiederholen. Was haben wir unter einem Symmetrie-Verhalten zu verstehen? Wie bringe ich eine rote und eine blaue [ebene Figur, die Spiegelbilder voneinander sind,] zur Deckung?



Figur 10

Das kann ich bei zwei Kreishälften relativ leicht, indem ich den roten [Halb-]Kreis in den blauen hineinschiebe (Figur 10).

Bei der folgenden [spiegel]symmetrischen Figur gelingt dies nicht so leicht (Figur ). Ich kann den roten und den blauen Teil [innerhalb der Ebene] nicht zur Deckung bringen, auf welche Weise auch immer ich das Rote in das Blaue hineinzuschieben versuche.



Figur 11

Aber es gibt ein Mittel [dies trotzdem zu erreichen]: Wenn man aus der Tafel, das heisst aus der zweiten Dimension heraustritt [und die dritte Dimension zu Hilfe nimmt, mit anderen Worten, wenn man] die blaue Figur auf die rote legt [indem man sie durch den Raum um die Spiegelachse dreht].

Genauso verhält es sich mit einem Paar Handschuhen: Ich kann den einen mit dem anderen nicht zur Deckung bringen, ohne dass ich aus dem [dreidimensionalen] Raum heraustrete. Man muss durch die vierte Dimension gehen.

Ich habe das letzte Mal gesagt, dass man [die Beziehungen im] Raum flüssig machen muss [wenn man sich eine Vorstellung von der vierten Dimension erarbeiten will], um dadurch ähnliche Verhältnisse zuwege zu bringen, wie man sie hat, wenn man von der zweiten in die dritte Dimension übergeht. In der letzten Stunde haben wir aus Papierstreifen Raumgebilde erzeugt, die sich ineinander verschlingen. Solche Verschlingungen rufen bestimmte Komplikationen herbei. Das ist keine Spielerei, sondern in der Natur kommen fortwährend solche Verschlingungen vor. Wer

nachdenkt über Naturprozesse, weiss, dass solche Verschlingungen wirklich in der Natur vorkommen. Materielle Körper bewegen sich in solchen verschlungenen Raumgebilden. Diese Bewegungen sind mit Kräften ausgestattet, so dass die Kräfte sich ebenfalls gegeneinander verschlingen. Nehmen Sie die Bewegung der Erde um die Sonne und dann die Bewegung des Mondes um die Erde. Der Mond durchläuft einen Kreis, der um den Bahnkreis der Erde um die Sonne herumgeschlungen ist. Er beschreibt also eine Schraubenlinie um eine Kreislinie. Wegen der Bewegung der Sonne macht der Mond um diese eine weitere Schraubenlinie. Es ergeben sich also sehr komplizierte Kräftelinien, die sich durch den ganzen Raum erstrecken.

Die Himmelskörper verhalten sich so zueinander wie die verschlungenen Papierstreifen [von Simony, die wir das letzte Mal betrachtet haben]. Wir müssen uns vergegenwärtigen, dass wir es mit komplizierten Raumbegriffen zu tun haben, die wir nur dann begreifen, wenn wir sie nicht starr werden lassen. Wenn wir den Raum [in seinem Wesen] begreifen wollen, [müssen wir ihn zwar zunächst starr auffassen, ihn dann aber] wieder vollständig flüssig machen. [Man muss wie] bis zur Null [gehen]; darinnen ist der [lebendige] Punkt [zu finden].

Wir vergegenwärtigen uns noch einmal [den Aufbau der Dimensionen]. Der Punkt ist nulldimensional, die Linie eindimensional, die Fläche zweidimensional und der Körper dreidimensional. So hat der Würfel die drei Dimensionen: Höhe, Breite und Tiefe. Wie verhalten sich nun die Raumgebilde [verschiedener Dimensionen] zueinander? Denken Sie sich, Sie seien eine gerade Linie, Sie hätten nur eine Dimension, Sie könnten sich nur längs einer geraden Linie bewegen. Falls es solche Wesen gäbe, wie müsste die Raumvorstellung solcher Wesen geartet sein? Solche Wesen würden die Eindimensionalität bei sich nicht wahrnehmen, sondern sie würden sich nur Punkte vorstellen können überall, wo sie auch hinkämen. Denn es gibt in der geraden Linie, wenn wir etwas in ihr zeichnen wollen, nur Punkte. Ein zweidimensionales Wesen würde nur Linien antreffen, würde also nur eindimensionale Wesen wahrnehmen. [Ein dreidimensionales Wesen wie] der Würfel würde zweidimensionale Wesen wahrnehmen, könnte aber nicht seine [eigenen] drei Dimensionen wahrnehmen.

Der Mensch nun kann seine drei Dimensionen wahrnehmen. Wenn wir richtig folgen, müssen wir uns sagen: Wie ein eindimensionales Wesen nur Punkte wahrnehmen kann, ein zweidimensionales Wesen nur Geraden und ein dreidimensionales Wesen nur Flächen, so muss ein Wesen, das drei Dimensionen wahrnimmt, selbst ein vierdimensionales Wesen sein. Dadurch, dass der Mensch äussere Wesen nach drei Dimensionen abgrenzen kann, mit Räumen aus drei Dimensionen [umgehen kann], muss er vierdimensional sein. Und ebenso, wie ein Würfel nur zwei Dimensionen wahrnehmen kann und nicht seine dritte, so ist klar, dass der



Mensch die vierte Dimension, in der er lebt, nicht wahrnehmen kann. Damit haben wir gezeigt, [dass der Mensch ein vierdimensionales Wesen sein muss]. Wir schwimmen im Meere [der vierten Dimension, wie Eis in Wasser].

Wir kehren noch einmal zur Betrachtung der Spiegelbilder zurück (Figur 11). Diese senkrechte Linie stellt den Querschnitt eines Spiegels dar. Der Spiegel wirft ein Spiegelbild [der Figur auf der linken Seite] zurück. Der Spiegelungsprozess weist über die zwei Dimensionen hinaus in die dritte Dimension. [Um den unmittelbaren und kontinuierlichen Zusammenhang des Spiegelbildes mit dem Original zu verstehen, müssen wir zu] den zwei Dimensionen eine dritte hinzunehmen.

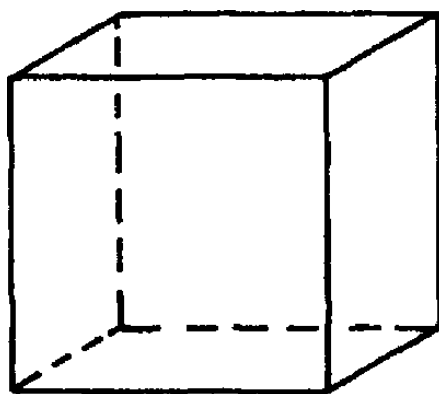


Fig. 12

[Nun betrachten wir das Verhältnis von Aussenraum und Innenvorstellung.] Der Würfel hier ausser mir [erscheint als] eine Vorstellung in mir (Figur 12). Die Vorstellung [des Würfels] verhält sich zum Würfel wie ein Spiegelbild zum Original Unser Sinnesapparat [entwirft vom Würfel ein Vorstellungsbild. Will man dieses mit dem Originalwürfel] zur Deckung bringen, so muss man durch die vierte Dimension hindurchgehen. Genauso wie [beim kontinuierlichen Vollzug des zweidimensionalen] Spiegelprozesses zur dritten Dimension übergegangen werden muss, muss unser Sinnesapparat, wenn er imstande sein soll, einen [direkten] Zusammenhang [zwischen Vorstellungsbild und äusserem Gegenstand] herzustellen, vierdimensional sein.

Wenn Sie nur [zweidimensional] vorstellen würden, so würden Sie [nur] ein Traumbild vor sich haben, aber keine Ahnung davon haben, dass draussen ein Gegenstand ist. Unser Vorstellen ist ein direktes Stülpen unseres Vorstellungsvermögens über [die äusseren Gegenstände vermittelt des] vierdimensionalen Raumes.

Der Mensch war im Astralzustand [während früherer Stadien der Menschheitsevolution] nur ein Träumer, er hatte nur solche aufsteigenden Traumbilder. Er ist dann

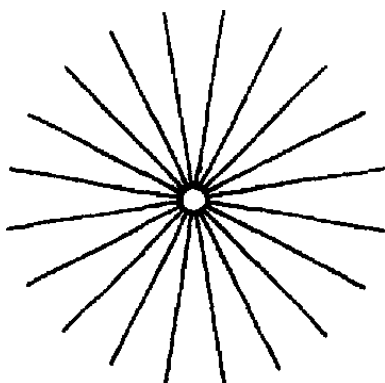
übergegangen vom Astralreich zum physischen Raum. Damit haben wir den Übergang vom astralen zum [physisch-]materiellen Wesen mathematisch definiert. Bevor dieser Übergang geschah, war der astrale Mensch ein dreidimensionales Wesen und konnte deshalb nicht seine [zweidimensionalen] Vorstellungen auf die objektive [dreidimensionale physisch-materielle] Welt ausdehnen. Aber als er [selbst] physisch[-materiell] geworden ist, hat er noch die vierte Dimension hinzubekommen [und konnte demzufolge auch dreidimensional erleben].

Durch die eigentümliche Einrichtung unseres Sinnesapparates sind wir imstande, unsere Vorstellungen mit den äusseren Gegenständen zur Deckung zu bringen. Indem wir unsere Vorstellungen auf äussere Dinge beziehen, gehen wir durch den vierdimensionalen Raum durch, stülpen die Vorstellung über den äusseren Gegenstand.

Wie würden sich die Dinge ausnehmen, wenn wir von der anderen Seite anschauen könnten, wenn wir in die Dinge hineintreten und sie von dort aus sehen könnten? Um das zu können, müssten wir durch die vierte Dimension hindurch.

Die Astralwelt selbst ist nicht eine Welt von vier Dimensionen. Aber die astrale Welt zusammen mit ihrer Spiegelung in der physischen Welt ist vierdimensional. Wer imstande ist, die astrale Welt und die physische Welt zugleich zu überschauen, der lebt im vierdimensionalen Raum. Das Verhältnis unserer physischen Welt zur astralen ist ein vierdimensionales.

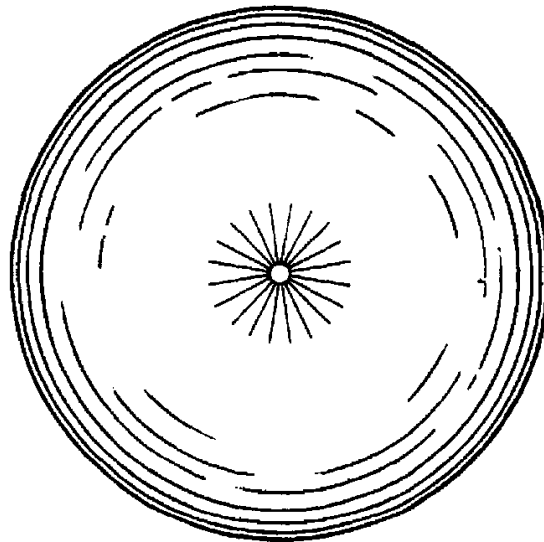
Man muss begreifen lernen den Unterschied zwischen Punkt und Sphäre. [In der Wirklichkeit] wäre dieser Punkt nicht passiv, sondern ein nach allen Seiten Licht ausstrahlender Punkt (Figur 13).



Figur 13

Welches wäre nun das Gegenteil eines solchen Punktes? Genauso wie es einen Gegensatz zu einer Linie gibt, die von links nach rechts geht, nämlich eine Linie, die

von rechts nach links geht, so gibt es auch einen Gegensatz zum [Licht ausstrahlenden] Punkt. Wir stellen uns eine riesige, in Wirklichkeit unendlich grosse, Kugel vor, die von allen Seiten, aber jetzt nach innen, Dunkelheit verbreitet, Dunkelheit hereinschickt (Figur 14). Diese Kugel ist das Gegenteil des [Licht ausstrahlenden] Punktes.

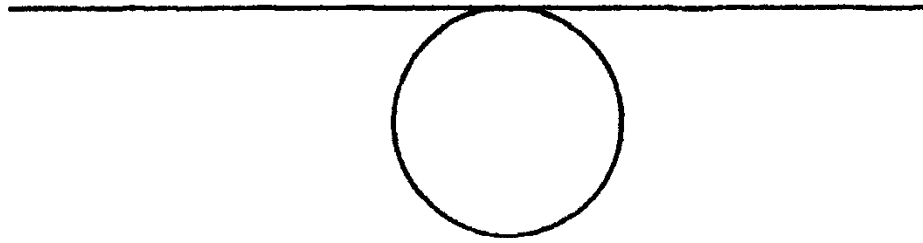


Figur 14

Das sind zwei wirkliche Gegensätze: Der Licht ausstrahlende Punkt und der unendliche Raum, der nicht ein neutrales dunkles Gebilde ist, sondern der von allen Seiten her den Raum mit Dunkelheit überflutet. [Als Gegensatz ergibt sich so] eine Quelle der Dunkelheit und eine Quelle des Lichts. Wir wissen, dass eine gerade Linie, die sich in die Unendlichkeit verliert, von der anderen Seite nach demselben Punkt zurückkehrt. Ebenso ist es bei einem Punkte, der nach allen Seiten Licht ausstrahlt. Dieses Licht kommt [aus der Unendlichkeit] als sein Gegenteil, als Dunkelheit zurück.

Nun betrachten wir den umgekehrten Fall. Nehmen Sie den Punkt als Quelle der Dunkelheit. Als Gegensatz ergibt sich ein Raum, der von allen Seiten Helle hereinstrahlt.

So wie dies neulich [im vorangehenden Vortrag] durchgenommen wurde, so verhält es sich mit dem Punkt; er verliert sich nicht [in der Unendlichkeit, er kommt von der anderen Seite wieder zurück] (Figur 15).



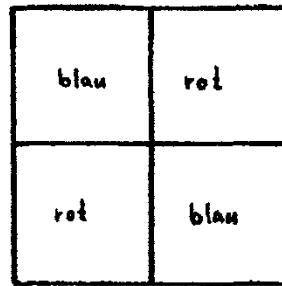
Figur 15

[Ganz entsprechend verliert sich ein Punkt, wenn er sich ausdehnt oder hinausstrahlt, nicht im Unendlichen; er kommt als Sphäre aus dem Unendlichen zurück.] Die Sphäre, das Kugelförmige, ist das Gegenteil des Punktes. Im Punkte lebt der Raum. Der Punkt ist das Gegenteil des Raumes.

Was ist [das Gegenteil] eines Würfels? Nichts anderes als der ganze unendliche Raum, abgerechnet das Stück, das hier [durch den Würfel] herausgeschnitten ist. So dass wir uns den [totalen] Würfel als unendlichen Raum vorstellen müssen plus sein Gegenteil. Ohne Polaritäten kommen wir nicht aus, wenn wir uns die Welt kraftvoll dynamisch vorstellen [wollen], [Erst so] haben wir die Dinge in ihrem Leben.

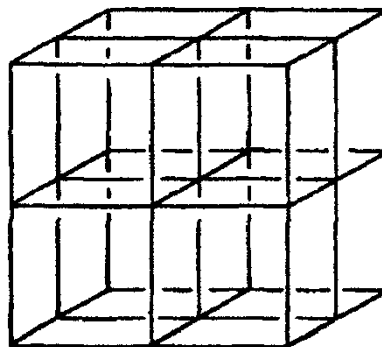
Würde sich der Okkultist den Würfel rot vorstellen, so würde der [übrige] Raum grün sein, denn Rot ist die Gegenfarbe von Grün. Der Okkultist hat nicht nur einfache Vorstellungen für sich selbst, er hat lebendige Vorstellungen, keine abstrakten, toten Vorstellungen. Der Okkultist muss aus sich heraus in die Dinge hineinkommen. Unsere Vorstellungen sind tot, während die Dinge in der Welt lebendig sind. Wir leben mit unseren abstrakten Vorstellungen nicht in den Dingen selber. So müssen wir uns zum Licht ausstrahlenden Stern den unendlichen Raum in der entsprechenden Ergänzungsfarbe hinzu vorstellen. Wenn man solche Übungen macht, kann man sein Denken schulen, bekommt man Vertrauen, wie man sich Dimensionen vorstellen kann.

Sie wissen, dass das Quadrat eine zweidimensionale Raumgröße ist. Ein Quadrat, zusammengesetzt aus vier rot- und blauschattierten Teilquadraten, ist eine Fläche, die in verschiedene Richtungen verschieden strahlt (Figur 16). Die Fähigkeit, in verschiedene Richtungen verschieden zu strahlen, ist eine dreidimensionale Fähigkeit. Wir haben hier also die drei Dimensionen Länge, Breite und Strahlungsvermögen.



Figur 16

Was wir hier mit der Fläche machten, denken wir uns auch für den Würfel ausgeführt. Ebenso wie das obige Quadrat aus vier Teilquadraten aufgebaut war, denken wir uns den Würfel aus acht Teilwürfeln aufgebaut (Figur 17). Daraus ergeben sich zunächst die drei Dimensionen Höhe, Breite und Tiefe. Innerhalb jedes [Teil-]Würfels wäre dann zu unterscheiden ein bestimmtes Lichtausstrahlungsvermögen. Daraus ergibt sich zusätzlich zur Höhe, Breite und Tiefe eine weitere Dimension: das Strahlungsvermögen.



Figur 17

Sie können sich ein Quadrat aus vier Teilquadraten zusammengefügt denken, einen Würfel aus acht verschiedenen Teilwürfeln. Und nun denken Sie sich einen Körper, der nicht Würfel ist, sondern der eine vierte Dimension hat. Wir haben uns die Möglichkeit geschaffen, dies zu verstehen durch das Strahlungsvermögen. Hat jeder [der acht Teilwürfel] ein verschiedenes Strahlungsvermögen, so muss ich, wenn ich bloss den einen Würfel habe, der ein Strahlungsvermögen nur nach einer Seite hat, wenn ich den Würfel erhalten will, der nach allen Seiten strahlt, überall zu dem linksstehenden einen anderen noch hinzufügen, ihn mit einem entgegengesetzten verdoppeln, ich muss ihn aus 16 Würfeln zusammensetzen.

Nächste Stunde werden wir die Möglichkeit bekommen, wie wir uns einen mehrdimensionalen Raum denken können.

## I • 03 ASTRALWELT IST VIERDIMENSIONAL

### Naturwissenschaft – GA-324a Die vierte Dimension – Mathematik und Wirklichkeit

Beschäftigung mit vierdimensionalem Raum als Vorbereitung für das Erfassen der astralen Welt sowie für das höhere Dasein überhaupt. Charakteristische Eigenschaften der astralen Welt: Zahlen und Raumgebilde müssen symmetrisch-spiegelbildlich gelesen werden, ebenso die Zeitverhältnisse. Auch das Moralische erscheint in einer Art Umkehrung oder Spiegelbild. Das Peripherische ist das Zentrale. - Menschliches Leben als Stauung zweier Zeitströme: aus der Vergangenheit und aus der Zukunft. Schwelle als astrales Panoramaerlebnis zukünftiger Entwicklung mit der Frage: Willst du da hinein? Im Kamaloka erscheint die ungeläuterte Tiernatur des Menschen. Hier liegt der tiefere Sinn der Seelenwanderungslehre. - Physisches und mentales Quadrat. Physisches Quadrat als Stauung zweier Paare entgegengesetzter Strömungen. Physischer und mentaler Würfel. Positive und negative Dimensionen. Astralwelt ist vierdimensional. Tier als Stauung der entgegengesetzten Strömungen von Pflanze und Mensch.

Dritter Vortrag, Berlin, 17. Mai 1905

---

Meine lieben Freunde, ich werde heute mit dem schwierigen Kapitel fortfahren, das durchzunehmen wir unternommen haben. Dabei wird es notwendig sein, einmal auf die verschiedenen Dinge Bezug zu nehmen, die ich in den letzten [beiden] Vorträgen schon erwähnt habe. Dann möchte ich heute auch die Grundlinien, die Grundbegriffe schaffen, um uns in einer letzten und zweitletzten Stunde anhand der Modelle von Herrn Schouten [die genaueren geometrischen Verhältnisse sowie] die interessanten praktischen Gesichtspunkte der Theosophie, völlig zu eigen zu machen.

Sie wissen, wir haben den vierdimensionalen Raum seiner Möglichkeit nach aus dem Grunde uns vorzustellen versucht, damit wir uns wenigstens eine Art von Begriff schaffen können über das sogenannte astrale Gebiet sowie über die höheren Gebiete, das höhere Dasein überhaupt. Ich habe schon angedeutet, dass das Betreten des astralen Raumes, der astralen Welt, für den Geheimschüler zunächst etwas ungeheuer Verwirrendes hat. Derjenige, welcher sich nicht näher mit diesen Dingen beschäftigt hat, welcher sich bis dahin nicht einmal theoretisch damit befasst hat, der nicht einmal theoretisch Theosophie studiert hat, dem wird es ausserordentlich schwer, sich überhaupt eine Vorstellung von der ganz verschiedenen Natur der Dinge und Wesenheiten zu machen, die uns entgentreten in der sogenannten

astralen Welt. Lassen Sie uns noch einmal mit ein paar Strichen hinweisen darauf, wie gross diese Verschiedenheit ist.

Als einfachstes habe ich erwähnt, dass wir jede Zahl lernen müssen symmetrisch zu lesen. Der Geheimschüler, der nur gewohnt ist, die Zahlen so zu lesen, wie man sie hier in der physischen Welt liest, wird sich durch das Labyrinth des Astralischen nicht durchfinden können. Wenn Sie im Astralen eine Zahl haben, zum Beispiel 467, so müssen Sie lesen: 764. Sie müssen sich daran gewöhnen, ein jedes Ding symmetrisch zu lesen, symmetrisch [spiegelbildlich] anzusehen. Das ist die Grundbedingung. Das ist noch leicht, solange wir bei Raumgebilden oder Zahlen sind. Schwieriger wird die Sache, wenn wir zu Zeitverhältnissen kommen. Wenn wir zu Zeitverhältnissen kommen, so wird die Sache im Astralischen auch symmetrisch und zwar so, dass uns das Spätere zuerst und das Frühere später erscheint. Also wenn Sie astralische Vorgänge beobachten, so müssen Sie auch von rückwärts nach vorwärts, von hinten nach vorn lesen können. Diese Dinge kann man nur andeuten, weil sie manchmal ganz grotesk erscheinen dem, der nie eine Vorstellung davon hatte. Im Astralen ist zuerst der Sohn da und dann der Vater, da ist zuerst das Ei da und dann das Huhn. Im Physischen ist das anders. Im Physischen wird zuerst geboren und dann ist das Geborene ein Hervorgehen eines Neuen aus einem Alten. Im Astralischen ist das umgekehrt. Dort geht das Alte aus dem Neuen hervor. Im Astralischen verschlingt für die Erscheinung dasjenige, was väterlicher oder mütterlicher Natur ist, dasjenige, was söhnlischer oder töchterlicher Natur ist.

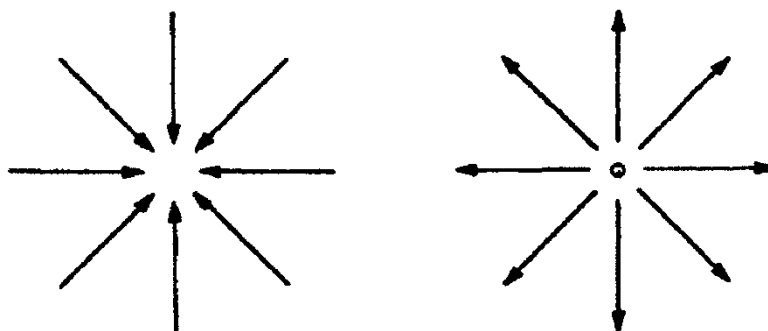
Im Griechischen haben Sie eine hübsche Allegorie. Die drei Götter Uranos, Kronos und Zeus stellen symbolisch die drei Welten dar. Uranos stellt uns die himmlische Welt dar: Devachan; Kronos stellt uns das Astralische dar; Zeus das Physische. Von Kronos wird uns gesagt, dass er seine Kinder aufzehrte. Im Astralen wird also nicht geboren, sondern verzehrt.

Ganz kompliziert wird die Sache aber dann, wenn wir das Moralische auf dem astralischen Plan aufsuchen. Das erscheint auch in einer Art von Umkehrung oder Spiegelbild. Und deshalb können Sie sich auch denken, wie anders die Dinge erscheinen, als wenn wir uns die Dinge so auslegen, wie wir es gewohnt sind, sie im Physischen auszulegen. Da sehen wir im Astralischen zum Beispiel, dass ein wildes Tier an uns herankommt. Das ist nicht so aufzufassen wie im Physischen. Das wilde Tier würgt uns. Das ist die Erscheinung, die derjenige hat, welcher gewohnt ist, die Sache so zu lesen wie die äusseren Vorgänge. Das wilde Tier ist aber in Wahrheit etwas, was in uns selbst vorhanden ist, was in unserem eigenen Astralleib lebt und was uns würgt. Das, was als Würger an Sie herantritt, ist etwas, was in Ihrem eigenen Verlangen wurzelt. So können Sie erleben, dass, wenn Sie einen Rachege-



ken haben, dieser Rachegeanke Ihnen als Würgeengel, der von aussen an Sie herantritt, erscheint und Sie belästigt.

In Wahrheit strahlt [im Astralen] alles von uns aus. Wir müssen alles, was wir im Astralen an uns herankommen sehen, als von uns ausstrahlend betrachten (Figur 18). Von der Sphäre, von allen Seiten kommt es heran, gleichsam wie von dem unendlichen Raum dringt es in uns hinein. In Wahrheit ist es aber nichts anderes als das, was unser eigener Astralkörper nach aussen schickt.



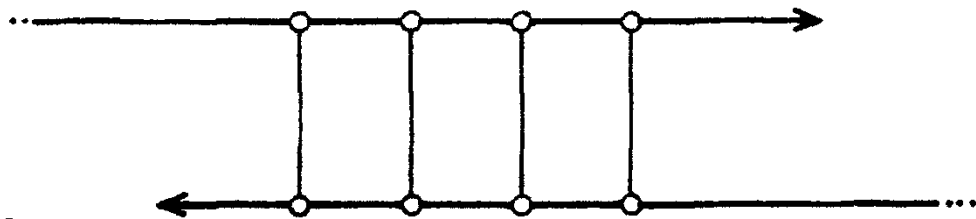
Figur 18

Wir lesen das Astralische erst richtig, [finden erst dann] die Wahrheit, wenn wir imstande sind, das Peripherische in das Zentrum zu bringen, das Peripherische als das Zentrale zu betrachten und zu deuten. Das Astralische scheint von allen Seiten auf Sie zuzukommen. Das ist so zu denken: In Wahrheit ist es etwas, was nach allen Seiten hin von Ihnen selbst ausstrahlt.

Ich möchte Sie hier gleich mit einem Begriffe bekannt machen, der sehr wichtig ist bei der okkulten Schulung. Er spukt in den verschiedensten Werken über okkulte Forschung herum, wird aber wenig richtig verstanden. Derjenige, der bis zu einer gewissen Stufe der okkulten Entwicklung gelangt ist, muss lernen, alles, was in ihm noch karmisch veranlagt ist, Freude, Lust, Schmerz und so weiter, in der astralischen Aussenwelt zu sehen. Wenn Sie im richtigen Sinne theosophisch denken, werden Sie sich darüber klar sein, dass das äussere Leben, unser Leib, im gegenwärtigen Zeitalter weiter nichts ist als ein Ergebnis, ein Durchschnitt von zwei Strömungen, die von entgegengesetzten Richtungen kommen und ineinandergehen.

Denken Sie sich einmal eine Strömung von der Vergangenheit her und eine Strömung, die von der Zukunft herankommt, dann haben Sie zwei ineinandergehende, eigentlich in jedem Punkt sich durchkreuzende Strömungen (Figur 19). Denken Sie sich eine rote Strömung nach der [einen] Richtung und eine blaue Strömung

nach der [anderen] Richtung. Und nun denken Sie sich in diesem Durchschnitt zum Beispiel vier verschiedene Punkte. [Dann haben wir in jedem dieser vier Punkte] ein Zusammenwirken dieser roten und blauen Strömungen. [Das ist ein Bild für das Zusammenwirken von] vier aufeinanderfolgenden Inkarnationen, wo in jeder Inkarnation uns etwas von der einen [und etwas von der anderen] Seite entgegenkommt. Da können Sie sich immer sagen, da ist eine Strömung, die Ihnen entgegenkommt und eine Strömung, die Sie mitbringen. Der Mensch fließt zusammen aus diesen beiden Strömungen.



Figur 19

Sie bekommen eine Vorstellung davon, wenn Sie sich die Sache so denken. Heute sitzen Sie hier mit verschiedenen Erlebnissen, morgen werden Sie zur selben Stunde eine andere Summe von Ereignissen um sich haben. Denken Sie sich einmal die Ereignisse, die Sie bis morgen haben werden, wären schon alle da. Es wäre dann dasselbe Erlebnis, wie wenn Sie in ein Panorama blicken würden. Es wäre so, wie wenn Sie diesen Ereignissen entgegengingen, wie wenn diese Ereignisse Ihnen räumlich entgegenkommen. Stellen Sie sich also vor, der Strom, der von der Zukunft gegen Sie herankommt, bringe Ihnen diese Ereignisse entgegen, dann haben Sie in diesem Strom [enthalten] die Ereignisse zwischen heute und morgen. Sie lassen sich von der Vergangenheit die Ihnen entgegenströmende Zukunft zutragen.

In jedem Zeitabschnitt ist Ihr Leben ein Durchschnitt von zwei Strömungen, von denen die eine von der Zukunft nach der Gegenwart geht und die andere von der Gegenwart nach der Zukunft. Wo sich die Strömungen treffen, tritt eine Stauung ein. Alles, was der Mensch noch vor sich hat, muss er als astralische Erscheinung vor sich auftauchen sehen. Dieses ist etwas, was eine unglaublich eindrückliche Sprache spricht.

Denken Sie sich, dass der Geheimschüler [an den Punkt seiner Entwicklung kommt, wo er] hineinblicken soll in die astrale Welt, wo ihm die Sinne aufgeschlossen werden, so dass er das, was er noch bis zum Ablaufe der jetzigen Periode zu

erleben haben würde, als äussere Erscheinung in der astralen Welt rings um sich auftauchen sehen würde. Das ist ein Anblick, der von ganz eindringlicher Art für jeden Menschen ist. Wir müssen also sagen, es ist eine wichtige Stufe im Verlauf der okkulten Schulung, dass dem Menschen als astralisches Panorama, als astralische Erscheinung, dasjenige entgegentritt, was er noch bis zur Mitte der sechsten Wurzelasse - denn bis dahin gehen unsere Inkarnationen - zu erleben hat. Es erschliesst sich ihm der Weg. Kein Geheimschüler wird es anders [erleben], als dass er als äussere Erscheinung das entgetreten sieht, was er in der näheren Zukunft bis zur sechsten Wurzelasse [noch] vor sich hat.

Wenn der Schüler bis zur Schwelle vorgeschritten ist, dann tritt an ihn die Frage heran: Willst Du dieses alles in der denkbar kürzesten Zeit durchleben? Denn darum handelt es sich für denjenigen, der die Einweihung empfangen will. Wenn Sie sich das überlegen, so haben Sie Ihr eigenes zukünftiges Leben in einem Moment als äusseres Panorama vor sich. Das ist wiederum dasjenige, was uns die Anschauung des Astralischen charakterisiert. Dies ist für den einen Menschen so, dass er sich sagt: Nein, da gehe ich nicht hinein. Für den anderen dagegen ist es so, dass er sich sagt: Ich muss hinein. Diesen Punkt der Entwicklung nennt man die «Schwelle», die Entscheidung, und die Erscheinung, die man da hat, sich selbst mit allem, was man noch zu erfahren und zu erleben hat, die nennt man den «Hüter der Schwelle». Der Hüter der Schwelle ist also nichts anderes als unser eigenes künftiges Leben. Wir selbst sind es. Unser eigenes zukünftiges Leben liegt hinter der Schwelle.

Wiederum eine Eigentümlichkeit der astralischen Erscheinungswelt sehen Sie darin, dass derjenige, dem durch irgendein Ereignis - und es gibt solche Ereignisse im Leben - die astralische Welt plötzlich geöffnet wird, zunächst vor etwas Unverständlichem stehen muss. Das ist ein furchtbarer Anblick, der nicht verwirrender gedacht werden kann für alle diejenigen Menschen, auf welche, unvorbereitet, durch irgendein Ereignis plötzlich die astrale Welt hereinbricht. Es ist daher im eminentesten Sinne gut, das zu wissen, was wir jetzt besprochen haben, damit man im Falle des Hereinbrechens der astralen Welt weiss, was man zu tun hat. Es kann ein pathologisches Ereignis sein, eine Lockerung zwischen dem physischen Leib und dem Ätherleib oder zwischen dem Ätherleib und dem Astralleib. Durch solche Ereignisse kann der Mensch in die Lage versetzt sein, unvermutet in die astrale Welt zu kommen, in das astrale Leben einen Einblick zu tun. Ist das der Fall, dann kommt er und erzählt, dass er diese oder jene Erscheinung sieht. Er sieht es und versteht es nicht zu lesen, weil er nicht weiss, dass er symmetrisch zu lesen hat, dass er jedes wilde Tier, das an ihn herankommt, aufzufassen hat als die Spiegelung von dem, was in ihm selbst liegt. In der Tat, die astralischen Kräfte und Leidenschaften des Menschen erscheinen im Kamaloka in den mannigfaltigsten Formen der tierischen Welt.

Es ist kein besonders schöner Anblick, wenn man im Kamaloka die Menschen sieht, welche eben erst entkörperert worden sind. In diesem Augenblick haben sie noch alle ihre Leidenschaften, Triebe, Wünsche und Begierden an sich. Solch ein Mensch im Kamaloka hat zwar seinen physischen Körper nicht mehr und auch keinen Ätherkörper mehr, aber in seinem Astralkörper hat er noch alles dasjenige, was ihn mit der physischen Welt verbunden hat, was nur durch den physischen Körper befriedigt werden kann. Denken Sie sich einmal einen gewöhnlichen Durchschnittsbürger der Gegenwart, der in seinem vergangenen Leben nichts besonderes geworden ist und sich auch keine Mühe gegeben hat, etwas zu erreichen, der nie viel getan hat zu seiner religiösen Entwicklung, der die Religion vielleicht nicht theoretisch, aber praktisch, das heisst in der Empfindung und Gesinnung über Bord geworfen hat. Sie ist dann bei ihm kein lebendiges Element. Was enthält dann sein Astralkörper? Es sind nur Dinge, die befriedigt werden können durch den physischen Organismus. Er verlangt zum Beispiel nach Gaumengenuss. Der Gaumen müsste dafür aber da sein, damit diese Begierde befriedigt werden kann. Oder der Mensch verlangt nach anderen Freuden, die nur dadurch, dass er seinen physischen Körper in Bewegung setzt, befriedigt werden können. Nehmen Sie an, er hätte eine solche Begierde, aber der Körper wäre weg. Dann lebt das alles in seinem Astralkörper. Das ist die Lage, in welcher der Mensch ist, wenn er ohne eine astralische Reinigung und Läuterung hingestorben ist. Er hat noch die Begierde nach dem Gaumengenuss und den anderen Dingen, aber nicht die Möglichkeit, sie zu befriedigen. Dadurch entsteht das, was das Quälende, das Furchtbare des Kamaloka-Lebens ist. Deshalb muss die Begierde im Kamaloka abgelegt werden, wenn der Mensch ohne astrale Läuterung stirbt. Erst wenn dieser astralische Leib so weit ist, dass er es gelernt hat, dass er seine Begierden und Wünsche nicht mehr befriedigen kann, dass er sie sich abgewöhnen muss, dann ist er befreit.

[In der Astralwelt nehmen] die Triebe und Leidenschaften tierische Gestalten an. Solange der Mensch im physischen Körper verkörpert ist, so lange richtet sich sein Astralleib in der Gestalt etwas nach diesem physischen Leib. Wenn aber der äussere Leib weg ist, dann kommen die Triebe, Begierden und Leidenschaften, so wie sie in ihrer tierischen [Natur] sind, in ihrer eigenen Gestalt zur Geltung, zum Durchbruch. So ist also der Mensch in der Astralwelt ein Abbild seiner Triebe und Leidenschaften.

Weil sich diese Astralwesen anderer Körper bedienen können, deshalb ist es gefährlich, Medien in Trance kommen zu lassen, wenn nicht ein Hellseher dabei ist, der Böses abwenden kann.

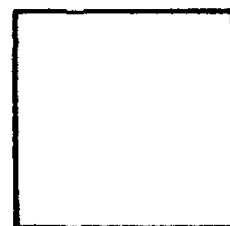
Der Löwe ist in der physischen Welt ein plastischer Ausdruck bestimmter Leidenschaften, der Tiger ist ein Ausdruck von anderen Leidenschaften, die Katze wieder

von anderen. Es ist interessant zu sehen, wie jedes Tier der plastische Ausdruck einer Leidenschaft, eines Triebes ist.

Im Astralischen, im Kamaloka, ist also der Mensch durch seine Leidenschaften annähernd ähnlich [der Tier-Natur]. Daher kommt das Missverständnis, das man den ägyptischen und indischen Priestern und Weisheitslehrern entgegengebracht hat in bezug auf die Lehre von der Seelenwanderung. Ihr sollt so leben, dass ihr nicht im Tiere verkörpert werdet, sagt diese Lehre. Niemals spricht diese Lehre aber vom physischen Leben, sondern von dem höheren Leben und das, was sie wollte, war nichts anderes, als die Menschen auf der Erde zu einem solchen Leben zu bewegen, dass sie nach dem Tode im Kamaloka nicht ihre tierische Gestalt ausbilden müssen. Wer das Charakteristische einer Katze ausbildet, erscheint im Kamaloka als Katze. Dass man auch im Kamaloka als Mensch erscheint, das ist der Sinn der Vorschriften der Lehre von der Seelenwanderung. Die wahren Lehren haben die Gelehrten nicht verstanden, sie haben nur eine absurde Vorstellung davon.

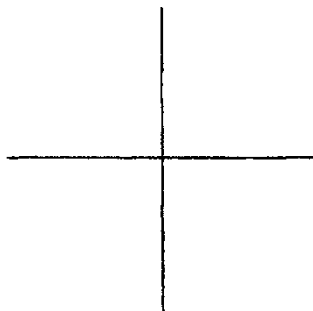
So haben wir gesehen, dass wir es zu tun haben, wenn wir den Astralraum betreten, auf jedem Gebiet - auf dem Gebiete der Zahl, der Zeit und auf dem Gebiete des moralischen Lebens - mit einem vollständigen Spiegelbild dessen, was wir hier im Physischen gewohnheitsmässig eigentlich denken und tun. Wir müssen uns daran gewöhnen, symmetrisch zu lesen, denn wir müssen das können, wenn wir den Astralraum betreten.

Sich gewöhnen, symmetrisch zu lesen, kann der Mensch am leichtesten, wenn er anknüpft an solche elementare mathematische Vorstellungen, wie wir sie im verflochtenen Vortrag angedeutet haben, und wie wir sie in den folgenden Auseinandersetzungen immer mehr und mehr kennenlernen werden. Ich möchte zunächst eine ganz einfache Vorstellung nehmen, nämlich anknüpfen an die Vorstellung eines Quadrates. Stellen Sie sich einmal ein Quadrat vor, wie Sie gewohnt sind, es zu sehen (Figur 20). Ich werde das Quadrat so zeichnen, dass die vier Seiten desselben in vier verschiedenen Farben gezeichnet sind.



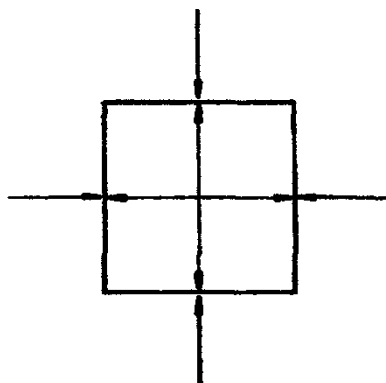
**Figur 20**

Dies ist der physische Anblick des Quadrates. Nun möchte ich Ihnen zunächst den Devachan-Anblick des Quadrates an die Tafel zeichnen. Ganz genau kann man es nicht, ich möchte damit aber doch annähernd eine Vorstellung geben, wie im Mentalen ein Quadrat aussehen würde. Das mentale Gegenbild [eines Quadrates] ist annähernd wie ein Kreuz (Figur 21).



Figur 21

Wir haben es in der Hauptsache mit zwei aufeinander senkrecht stehenden, sich schneidenden Achsen zu tun. Zwei Linien, die durch einander durchlaufen, dann haben Sie es auch. Das physische Gegenbild entsteht dadurch, dass auf jede dieser Achsen senkrechte Linien gezogen werden. Das physische Gegenbild eines mentalen Quadrates können Sie sich am besten vorstellen als Stauung [zweier sich gegenseitig durchkreuzender Strömungen]. Denken wir uns diese aufeinander senkrecht stehenden Achsenlinien als Strömungen, als Kräfte, die vom Schnittpunkt aus nach aussen wirken, und auf diese Strömungen, nur jetzt in der Richtung von aussen nach innen, Gegenströmungen (Figur 22). Dann kommt ein Quadrat in die physische Welt dadurch hinein, dass man sich diese beiden Arten von Strömungen oder Kräften - die eine von innen, die andere von aussen her - als sich gegeneinander stauend vorstellt. Die Kräfteströmungen werden also durch Stauungen begrenzt.

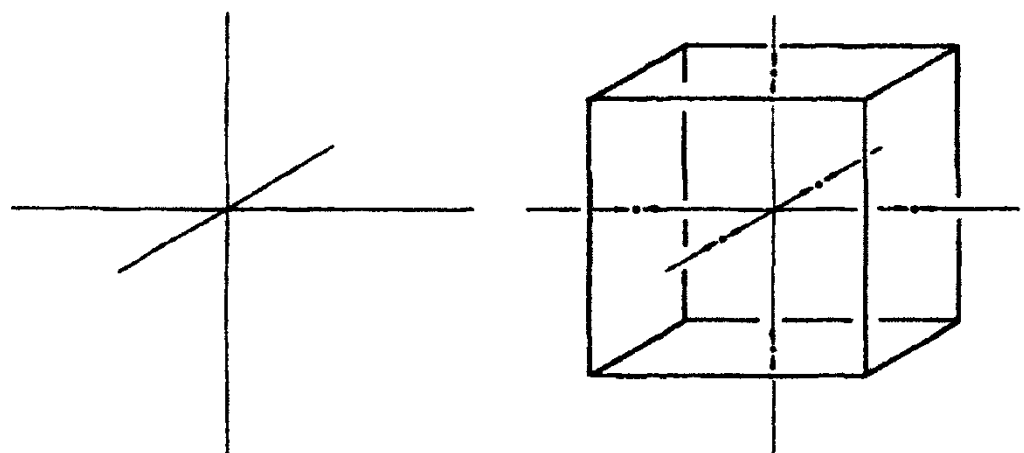


Figur 22

Damit habe ich ein Bild gegeben, wie sich überhaupt alles Mentale verhält zum Physischen. Ebenso können Sie sich für jedes physische Ding das mentale Gegenbild konstruieren. Das Quadrat hier ist nur ein allereinfachstes Beispiel.

Könnten Sie für ein jegliches Ding im Physischen ebenso sich ein Korrelat konstruieren, das sich zu dem Physischen so verhält wie zwei aufeinander senkrecht stehende Linien sich zu einem Quadrat verhalten, dann würden Sie für ein jegliches physisches Ding das Devachan- oder Mentalbild erhalten. Mit anderen Sachen ist es natürlich viel komplizierter.

Denken Sie sich jetzt einmal statt des Quadrates einen Würfel. Der Würfel ist dem Quadrat sehr ähnlich. Der Würfel ist ein Körper, der von sechs Quadraten begrenzt ist. Diese sechs Quadrate, die den Würfel begrenzen, hat Herr Schouten extra gemacht. Denken Sie sich nun einmal statt der vier begrenzenden Linien, wie sie beim Quadrate vorhanden sind, sechs begrenzende Flächen. Denken Sie sich, dass wir statt der senkrechten Linien als Stauung senkrechte Flächen hätten, und nehmen Sie noch ferner an, dass Sie nicht zwei, sondern drei aufeinander [senkrecht] stehende Achsen haben, dann begrenzen Sie den Würfel. Nun können Sie sich wohl auch vorstellen, wie das mentale Korrelat des Würfels ist. Sie haben wiederum zwei Dinge, die sich gegenseitig fordern. Der Würfel hat drei aufeinander senkrecht stehende Achsen und drei Flächenrichtungen; [wir müssen in diesen] drei Flächen[richtungen] Stauungswirkungen denken (Figur 23). Die drei Achsen[richtungen] und die sechs Flächen, wie vorher [beim Quadrat] die zwei Achsen[richtungen] und vier Linien, können wir uns nicht [in einem anderen Verhältnis] vorstellen, als indem wir an einen gewissen Gegensatz denken.



Figur 23

Jeder, der etwas nachdenkt, wird sich hier sagen müssen, dass wir uns dies nicht vorstellen können, ohne einen gewissen Begriff des Gegensatzes zu bilden, nämlich den Gegensatz des Wirkens und einer Stauung, eines Gegenwirkens. Den Begriff des Gegensatzes müssen Sie hier hineinlegen. Hier ist die Sache noch einfach. Dadurch, dass wir uns an geometrischen Begriffen heranranken, werden wir es dahin bringen, uns die mentalen Gegenbilder auch komplizierterer Dinge sachgemäß zu konstruieren. Dann werden wir den Weg finden und einigermaßen zu höherer Erkenntnis gelangen. Sie können sich aber jetzt schon denken, welche kolossale Kompliziertheit sich ergibt, wenn Sie sich einen anderen Körper denken und Sie sich sein mentales Gegenbild aufsuchen. Da kommen viele komplizierte Dinge zum Vorschein. Und wenn Sie sich noch einen Menschen denken würden und sein mentales Gegenbild mit allen räumlichen Formen und seinem Wirken, so können Sie sich denken, welches komplizierte mentale Gebilde dieses gibt. Nur annähernd konnte ich in meinem Buche «Theosophie» ein Bild davon geben, wie mentale Gegenbilder ungefähr aussehen.

Wir haben drei Ausdehnungen, drei Achsen beim Würfel. Auf jeder Achse haben wir beiderseits die entsprechenden senkrechten Ebenen. Sie müssen also jetzt sich klar sein darüber, dass der Gegensatz, von dem ich gesprochen habe, so aufzufassen ist, dass Sie sich jede Fläche des Würfels denken als entstanden so ähnlich, wie ich früher das menschliche Leben beschrieben habe, entstanden als ein Durchschnitt zweier Strömungen. Sie können sich vorstellen, dass vom Mittelpunkt ausgehen Strömungen. Sie denken sich den Raum in der einen Achsenrichtung, vom Mittelpunkt aus nach aussen strömend, und in der anderen Richtung, von der Unendlichkeit her, entgegenströmend eine andere Strömung. Und dies [stellen Sie sich vor] in zwei Farben strömend, die eine rot, die andere blau. In dem Momente, wo sie zusammentreffen, werden sie in eine Fläche strömen, wird eine Fläche entstehen, so dass wir also die Fläche des Würfels annehmen können als das Zusammentreffen zweier entgegengesetzter Strömungen in einer Fläche. Das gibt eine lebendige Vorstellung von dem, was ein Würfel ist.

Der Würfel ist also ein Durchschnitt dreier aufeinander wirkender Strömungen. Wenn Sie sich das zusammendenken, so haben Sie es nicht mit drei, sondern mit sechs Richtungen zu tun, mit vorwärts-rückwärts, oben-unten, rechts-links. So haben Sie sechs Richtungen. Und tatsächlich ist das auch der Fall. Sodann kompliziert sich die Sache noch dadurch, dass Sie zwei Arten von Strömungen haben: Die eine in der Richtung von einem Punkt ausgehend, die andere aus der Unendlichkeit entgegenkommend. Dies wird Ihnen einen Gesichtspunkt geben zu dem, was die praktische Verwertung der höheren, theoretischen Theosophie ist. Ich habe jede Richtung des Raumes aufzufassen als zwei entgegengesetzte Strömungen. Und wenn



Sie sich dann einen physischen Körper vorstellen, dann haben Sie in diesem physischen Körper das Ergebnis dieser zwei ineinanderlaufenden Strömungen.

Bezeichnen wir nun diese sechs Strömungen, diese sechs Richtungen, mit sechs Buchstaben *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Wenn Sie sich diese sechs Richtungen oder Strömungen vorstellen könnten - das nächste Mal werden wir dazu kommen, diese Vorstellungen bilden zu können -, und Sie würden davon die erste und letzte, *a* und *f*, wegdenken, getilgt denken, dann blieben Ihnen vier übrig. Und das bitte ich Sie nun zu berücksichtigen: Diese vier, die übrigbleiben, sind die vier, die Sie wahrnehmen können, wenn Sie die astralische Welt allein sehen.

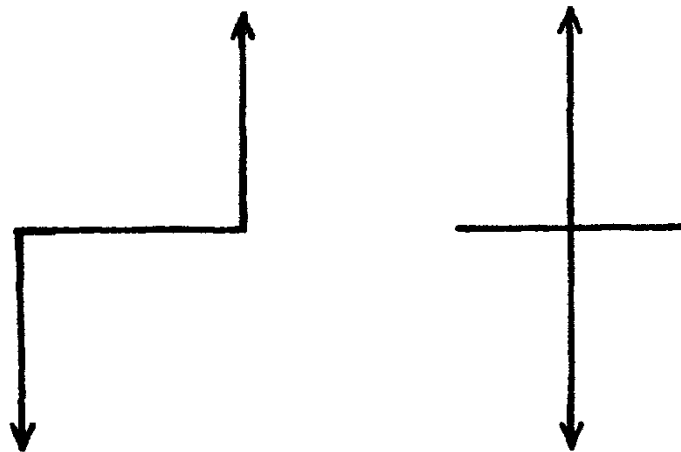
Ich habe versucht, Ihnen eine Vorstellung zu geben von den drei [gewöhnlichen Dimensionen] und von drei [weiteren] Dimensionen, die sich eigentlich entgegengesetzt dazu verhalten. Dadurch, dass diese Dimensionen sich entgegengesetzt zueinander verhalten und durch ihr Entgegenwirken ein Resultat ergeben, entstehen die physischen Körper. Denken Sie sich aber vom Physischen etwas [eine Dimension] weg und auf der anderen Seite von dem Mentalen etwas [eine Dimension] weg, so bleiben uns vier Dimensionen übrig. Diese stellen dann die zwischen der physischen und mentalen Welt existierende astrale Welt dar.

Die Weltbetrachtung des Theosophen ist tatsächlich eine solche, dass sie mit einer Geometrie im höheren Sinne zu arbeiten notwendig hat, welche über die gewöhnliche Geometrie hinausgeht. Der gewöhnliche Geometer beschreibt den Würfel als von sechs Quadraten begrenzt. Wir müssen den Würfel auffassen als ein Ergebnis von sechs ineinanderlaufenden Strömungen, also als Ergebnis einer Bewegung und ihrer Umkehrung, eines Zusammenwirkens entgegengesetzter Kräfte.

Ich möchte Ihnen noch an der grossen Natur draussen einen solchen Begriff zeigen, wo wirklich ein Gegensatz stattgefunden hat, der vor den Augen des Menschen ein tiefes Geheimnis des Werdens der Welt enthält. Goethe spricht in dem «Märchen von der Schlange und der Lilie» von dem «offenbaren Geheimnis», und das ist eines der wahrsten und klügsten Worte, die überhaupt zu prägen sind. Es ist wahr, es gibt in der Natur Geheimnisse, die mit Händen zu greifen sind, aber von den Menschen nicht gesehen werden. Mit Umkehrungsprozessen haben wir es in der Natur vielfach zu tun. Einen solchen Umkehrungsprozess möchte ich Ihnen vorführen.

Vergleichen wir einmal den Menschen mit der Pflanze. Der Mensch mit der Pflanze verglichen ergibt folgendes. Was ich jetzt sage, ist keine Spielerei, wenn es auch zunächst so aussieht wie eine Spielerei. Es ist etwas, was auf ein tiefes Mysterium hinweist. Was hat die Pflanze im Boden? Die Wurzel. Und nach oben entwickelt sie

Stengel, Blätter, Blüte und Frucht. Das Haupt der Pflanze, die Wurzel, steckt in der Erde, und die Organe der Fortpflanzung entwickelt sie nach oben, der Sonne entgegen, was wir die keusche Art der Fortpflanzung nennen können. Denken Sie sich die ganze Pflanze umgekehrt, die Wurzel zum Haupte des Menschen gemacht. Dann haben Sie im Menschen, der das Haupt oben hat, und dessen Fortpflanzungsorgane unten liegen, die umgekehrte Pflanze. Und das Tier steht mitten darinnen, als Stauung. Wenn Sie die Pflanze umkehren, bekommen sie den Menschen. Mit drei Strichen zeichnen dies deshalb die Okkultisten aller Zeiten (Figur 24



**Figur 24**

Einen [Strich] als Symbolum der Pflanze, einen als [Symbolum] des Menschen, und einen entgegengesetzten als das [Symbolum] des Tieres - drei Striche, die zusammen das Kreuz bilden. Das Tier hat die Querlage, es durchkreuzt also das, was wir mit der Pflanze gemeinsam haben.

Sie wissen, wir sprechen von einer Allseele, von der Plato sagt, sie ist an den Weltenleib gekreuzigt, sie ist an das Kreuz des Weltenleibes gefesselt. Stellen Sie sich die Weltseele als Pflanze, Tier und Mensch vor, so haben Sie das Kreuz. Indem die Weltseele in diesen drei Reichen lebt, lebt sie gefesselt an dieses Kreuz. Dadurch werden Sie den Begriff der Stauung erweitert finden. Sie werden ihn durch etwas erweitert finden in der Natur. Zwei sich ergänzende, auseinanderlaufende, [aber] ineinandergreifende Strömungen bilden Pflanze und Mensch, die Stauung dabei ist das Tier. So stellt sich das Tier tatsächlich hinein zwischen eine Aufwärts- und eine Abwärtsströmung. So stellt sich das Kamaloka [Astralsphäre] hinein zwischen Devachan und die physische Welt. So stellt sich tatsächlich zwischen diese

beiden Welten, die sich symmetrisch zueinander verhalten, zwischen Devachan und die physische Welt, etwas hinein, das dazwischen wirkt, das nach beiden Seiten wirkt wie eine Stauungsfläche. Der äussere Ausdruck dieser Kamaloka-Welt ist die tierische Welt.

Diejenigen, die schon Organe haben für diese Welt, die mit Kraft ergriffen werden muss, werden erkennen, was wir in den drei Reichen, in ihrer gegenseitigen Beziehung zueinander zu sehen haben. Wenn Sie das Tierreich als hervorgegangen aus einer Stauung auffassen, wenn Sie die drei Reiche als gegenseitige Stauung auffassen, dann werden Sie die Stellung finden, welche das Pflanzenreich zu dem Tierreich und das Tierreich zu dem Menschenreich hat. Das Tier steht senkrecht zu den beiden anderen Richtungen, und die anderen sind zwei sich ergänzende, ineinandergehende Strömungen. Das [jeweils] niederere Reich dient dem höheren als Nahrungsmittel. Das ist etwas, was einen kleinen Lichtblick auf die ganz andere Art der Verwandtschaft zwischen Mensch und Pflanze und zwischen Tier und Mensch gestattet. Wer sich vom Tiere nährt, macht sich daher mit einer Stauung verwandt.

Das wirkliche Wirken besteht in der Begegnung entgegengesetzter Strömungen. Das ist ein Anfang zu einer Gedankenreihe, die Sie vielleicht später noch in einer merkwürdigen Weise ganz anders auftreten sehen werden.

Wir haben also gesehen: Das Quadrat entsteht dadurch, dass zwei Achsen durch Linien geschnitten werden. Der Würfel entsteht dadurch, dass drei Achsen durch Flächen geschnitten werden. Können Sie sich nun denken, dass vier Achsen durch etwas geschnitten werden?

Der Würfel ist die Grenze desjenigen Raumgebildes, das entsteht, wenn vier Achsen geschnitten werden. Das Quadrat begrenzt den dreidimensionalen Würfel. Wir werden das nächste Mal sehen, wessen Grenze der Würfel selber ist. Der Würfel begrenzt ein vierdimensionales Gebilde.

## ***Fragenbeantwortung***

[Was bedeutet es, sich] sechs Strömungen zu denken, von denen man sich je zwei getilgt vorstellen muss, und so weiter?

Die sechs Strömungen müssen gedacht werden als zweimal drei Strömungen: drei von innen heraus wirkend gemäss den drei Achsenrichtungen, und die anderen drei als diesen von der Unendlichkeit her entgegenströmend. Für jede Achsenrichtung ergeben sich so zwei Arten, eine von innen nach aussen gehend, die andere dieser entgegengesetzt von aussen kommend nach innen. Setzen wir für die beiden Kategorien positiv und negativ, plus und minus, so haben wir:

+ a	- a
+ b	- b
+ c	- c

Und davon [müssen wir, um zum astralen Raum zu kommen,] eine ganze Richtung, [zum Beispiel die] Innen- und Aussenströmung, getilgt denken, also zum Beispiel +a und -a.

## I • 04 ASTRALE MATERIE

### Naturwissenschaft – GA-324a Die vierte Dimension – Mathematik und Wirklichkeit

Übung zur zweidimensionalen Darstellung dreidimensionaler Gebilde im Anschluss an Hinton. Abwicklung und farbige Darstellung der drei Dimensionen des Würfels. Darstellung der dritten Dimension in der Ebene durch Bewegung eines zweifarbigen Quadrates durch eine dritte Farbe. Übertragung dieses Vorgehens auf die Darstellung eines vierdimensionalen Gebildes, des Tesseractes. Abwicklung des Würfels und Abwicklung des Tesseractes im Vergleich. - Alchemistisches Geheimnis und wirkliche Anschauung des vierdimensionalen Raumes. Meditative Vergegenwärtigung von Mercurius, Sulfur. Astrale Materie.

Vierter Vortrag, Berlin, 24. Mai 1905

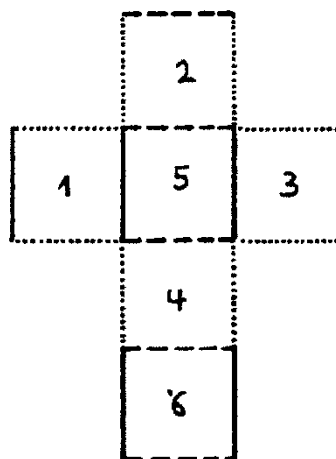
---

Ich versuchte neulich, schematisch Ihnen eine Vorstellung vom vierdimensionalen Raum zu geben. Es würde dies aber sehr schwer sein, wenn wir nicht in einer Art von Analogie uns ein Bild von dem vierdimensionalen Raum zu machen in der Lage wären. Wenn es sich darum handelte, unsere Aufgabe zu charakterisieren, so würde es dies sein: ein vierdimensionales Gebilde aufzuzeigen hier im dreidimensionalen Raum. Zunächst steht uns ja nur der dreidimensionale Raum zur Verfügung. Wollen wir sozusagen etwas, was uns unbekannt ist, anknüpfen an etwas Bekanntes, so müssen wir uns, ebenso wie wir uns ein Dreidimensionales ins Zweidimensionale abgebildet haben, ein Vierdimensionales hereinholen in die dritte Dimension. Nun möchte ich an der Methode des Herrn Hinton möglichst populär zeigen, wie der vierdimensionale Raum innerhalb der drei Dimensionen abzubilden ist. Ich möchte also zeigen, wie diese Aufgabe gelöst werden kann.

Zunächst lassen Sie mich davon ausgehen, wie man den dreidimensionalen Raum in den zweidimensionalen Raum hineinbringt. Unsere Tafel hier ist ein zweidimensionaler Raum. Würden wir zur Höhe und Breite eine Tiefe hinzunehmen, so hätten wir den dreidimensionalen Raum zusammen. Nun wollen wir versuchen, uns ein dreidimensionales Gebilde anschaulich auf der Tafel abzubilden.

Der Würfel ist ein dreidimensionales Gebilde, weil er aus Höhe, Breite und Tiefe besteht. Versuchen wir, ihn in den zweidimensionalen Raum zu bringen, also auf die Ebene. Wenn Sie den ganzen Würfel nehmen und ihn abrollen, oder besser abwickeln, so können Sie das auf folgende Art machen. Die Seiten, die sechs Quadrate,

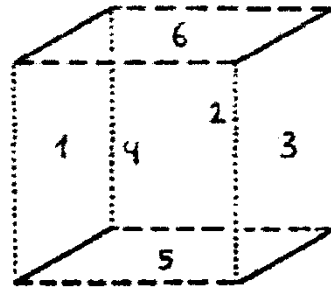
die wir im dreidimensionalen Raum haben, können wir einmal ausbreiten in einer Ebene (Figur 25). So könnte ich mir also die Begrenzungsflächen des Würfels auf der Ebene ausgebreitet denken in einer Kreuzesfigur.



**Figur 25**

Es sind sechs Quadrate, die sich wieder zum Würfel ergänzen, wenn ich sie wieder zurückklappe, - so also, dass Quadrat 1 und 3, 2 und 4, und ebenso 5 und 6 einander gegenüberstehend sind. So haben wir ein dreidimensionales Gebilde einfach hineingelegt in die Ebene.

Das ist eine Methode, die wir so nicht unmittelbar gebrauchen können, um die vierte Dimension in den dreidimensionalen Raum zu zeichnen. Dafür müssen wir eine andere Analogie suchen. Wir müssen da Farben zu Hilfe nehmen. Dazu werde ich die sechs Quadrate ihren Seiten nach mit verschiedenen Farben bezeichnen. Die einander [im Würfel] gegenüberliegenden Quadrate, wenn sie aufgeklappt sind, sollen gleiche Farben haben. Ich werde die Quadrate 1 und 3 so zeichnen, dass die einen Seiten rot [punktierte Linien] und die anderen blau [durchgezogene Linien] sind. Nun werde ich mal diese Quadrate so ergänzen, dass ich Blau für die ganze horizontale Richtung beibehalte (Figur 26). Ich werde also alle diejenigen Seiten, die in diesen Quadraten vertikal sind, rot zeichnen, und alle horizontalen blau machen.



Figur 26

Wenn Sie sich diese zwei Quadrate 1 und 3 ansehen, so haben Sie die zwei Dimensionen, die die Quadrate haben, in zwei Farben, Rot und Blau, ausgedrückt. So würde also hier für uns [an der senkrechten Tafel, wo das Quadrat 2 an der Tafel «klebt»] Rot die Höhe und Blau die Tiefe bedeuten.

Halten wir nun das fest, dass wir überall, wo die Höhe auftritt, Rot anwenden, und dort, wo die Tiefe auftritt, Blau; und dann wollen wir für die dritte Dimension, die Breite, Grün [gestrichelte Linie] nehmen. Nun wollen wir uns in dieser Weise den auseinandergeklappten Würfel ergänzen. Das Quadrat 5 hat Seiten, welche blau und grün sind, also muss das Quadrat 6 ebenso aussehen. Nun bleiben noch die Quadrate 2 und 4 übrig, und wenn Sie sich die aufgeklappt denken, so ergibt sich, dass die Seiten rot und grün sein werden.

Nun sehen Sie, wenn Sie sich das einmal vergegenwärtigen, so haben wir die drei Dimensionen in drei Farben verwandelt. Für Höhe, Breite, Tiefe sagen wir jetzt Rot [punktiert], Grün [gestrichelt], Blau [durchgezogen]. Wir nennen an Stelle der drei Raumdimensionen die drei Farben, die uns also dafür Bilder sein sollen. Wenn Sie sich den ganzen Würfel aufgeklappt denken, so können Sie sich zu zwei Dimensionen die dritte in der Weise erklären, als hätten Sie so zum Beispiel das blau-rote Quadrat [etwa von links nach rechts in Figur 26] durch Grün durchmarschieren lassen. Wir wollen sagen, Rot und Blau seien durch Grün hindurchgegangen. Das Durchmarschieren durch Grün, das Verschwinden in der dritten Farbdimension, wollen wir bezeichnen als den Durchgang durch die dritte Dimension. Denken Sie sich also, der grüne Nebel färbe dabei das rot-blaue Quadrat, so werden beide Seiten - rot wie blau - gefärbt erscheinen. Blau wird ein Blaugrün und Rot eine trübe Schattierung annehmen, und erst dort, wo das Grün aufhört, werden beide wieder in ihrer eigenen Farbe erscheinen. Dasselbe könnte ich mit den Quadraten 2 und 4 machen. Ich liesse also das rot-grüne Quadrat sich durch einen Raum bewegen, der blau ist, und dasselbe können Sie dann mit den beiden anderen Quadraten 5 und 6 vornehmen, wo das blau-grüne Quadrat das Rot passieren müsste. Ein jedes Quadrat lassen Sie auf diese Art auf der einen Seite verschwinden, in eine andere Farbe

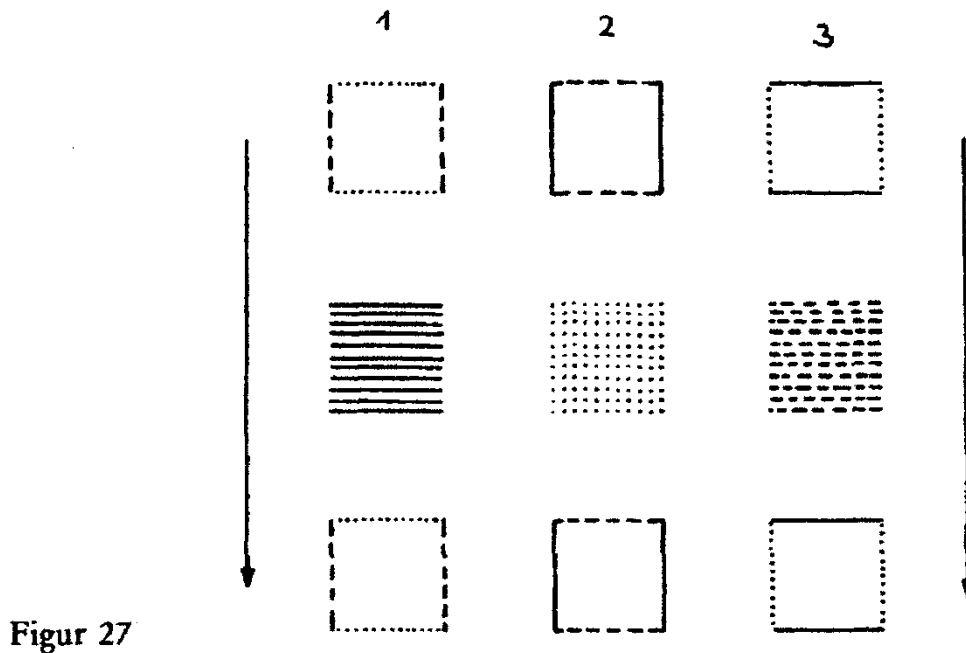
untertauchen. Es nimmt durch diese dritte Farbe selbst eine andere Färbung an, bis es auf der anderen Seite wieder in seiner Ursprünglichkeit heraustritt.

Wir haben so eine sinnbildliche Darstellung unseres Würfels durch drei aufeinander senkrecht stehende Farben. Wir haben durch drei Farben einfach die drei Richtungen dargestellt, mit denen wir es hier zu tun haben. Wenn wir uns vorstellen wollen, welche Veränderung die drei Paare der Quadrate erlitten haben, so können wir es dadurch, dass einmal die Quadrate durchgehen durch das Grün, das zweite Mal gehen sie durch das Rot, und das dritte Mal durch das Blau durch.

Nun denken Sie sich statt dieser [gefärbten] Linien einmal selbst Quadrate und für den blossen Raum auch überall selbst Quadrate. Dann kann ich die ganze Figur noch anders zeichnen (Figur 27). Wir zeichnen uns das Durchgangsquadrat blau, und die beiden, welche durchgehen - vor und nach dem Durchgang -, zeichnen wir oben und unten daneben, also hier rot-grün. [In einem zweiten Schritt] nehme ich das rote Quadrat als dasjenige, welches die blau-grünen Quadrate durch sich hindurchgehen lässt. Und [in einem dritten Schritt] haben wir hier das grüne Quadrat. Durch das grüne Quadrat gehen die zwei entsprechenden anderen Farben durch, also Rot und Blau.

Sie sehen, jetzt habe ich Ihnen hier eine andere Form der Ausbreitung gezeigt mit neun nebeneinanderliegenden Quadraten, wovon aber nur sechs [Begrenzungen] am Würfel selbst sind, nämlich die oben und unten in der Figur gezeichneten Quadrate (Figur 27). Die anderen drei [mittleren] Quadrate sind Durchgangsquadrate, die nichts anderes bezeichnen, als das Verschwinden der einzelnen Farben in einer dritten [Farbe], [Für die Durchgangsbewegung haben wir] also immer zwei Dimensionen zusammenzunehmen, weil jedes dieser Quadrate [in der oberen und unteren Reihe] aus zwei Farben zusammengesetzt ist und in der Farbe verschwindet, die es nicht selbst enthält. Damit diese Quadrate [jeweils wieder] auf der anderen Seite erscheinen, lassen wir sie also in der dritten Farbe verschwinden. Rot und Blau verschwinden durch Grün, Rot und Grün haben kein Blau, verschwinden also durch Blau [und Grün und Blau verschwinden durch Rot].



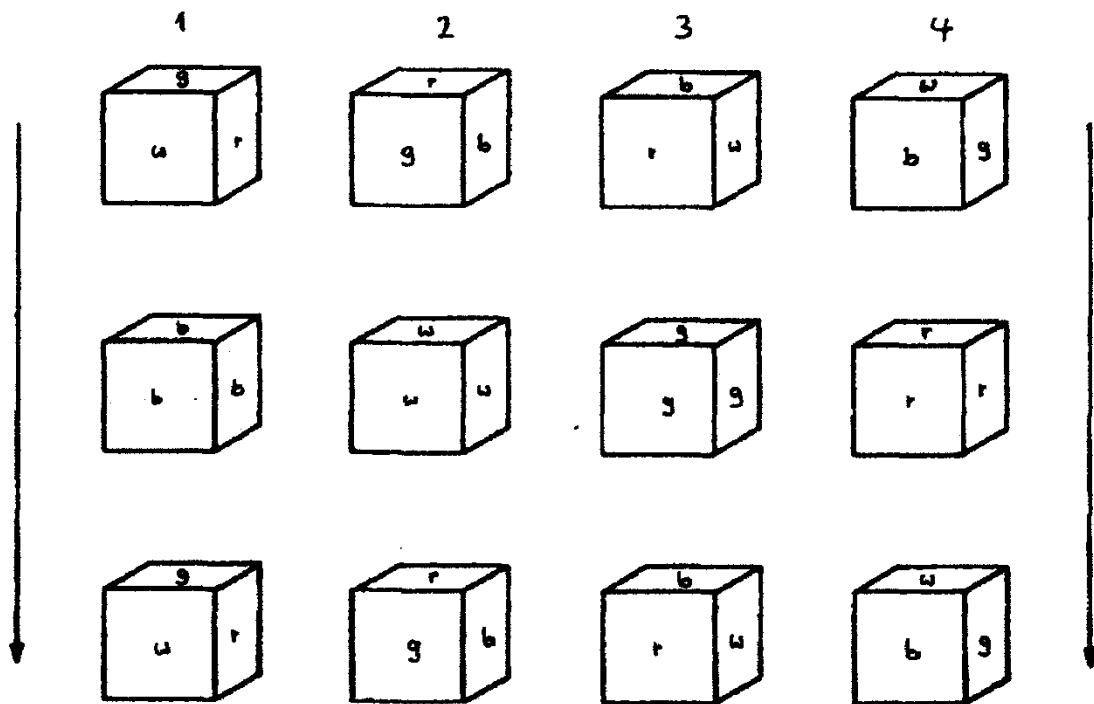


Figur 27

So also, sehen Sie, haben wir hier die Möglichkeit, unseren Würfel durch Quadrate aus zwei Farbdimensionen zusammenzusetzen, die durch die dritte Farbdimension hindurchgehen.

Nun liegt es nahe, dass wir uns statt der Quadrate Würfel vorstellen und setzen dabei die Würfel aus drei Farbdimensionen zusammen - ebenso wie wir das Quadrat aus zweierlei gefärbten Linien zusammengesetzt haben -, so dass wir drei Farben haben, nach den drei Dimensionen des Raumes. Wollen wir nun dasselbe machen, was wir beim Quadrat gemacht haben, so müssen wir eine vierte Farbe hinzunehmen. Dadurch werden wir den Würfel ebenso verschwinden lassen [können], natürlich nur durch eine Farbe, die er nicht selbst hat. - Statt der drei Durchgangsquadrate haben wir nun einfach vier Durchgangswürfel aus vier Farben: Blau, Weiss, Grün und Rot. Also statt des Durchgangsquadrates haben wir den Durchgangswürfel. Herr Schouten hat nun in seinen Modellen diese farbigen Würfel hergestellt.

Nun müssen wir, wie wir hier ein Quadrat durch ein anderes gehen liessen, das nicht seine Farbe hat, so müssen wir jetzt einen Würfel durch einen anderen durchgehen lassen, der seine Farbe nicht hat. Wir lassen also den weiss-rot-grünen Würfel durch einen blauen hindurchgehen. Er wird auf der einen Seite in die vierte Farbe untertauchen und auf der anderen Seite wieder in seinen [ursprünglichen] Farben erscheinen (Figur 28.1).



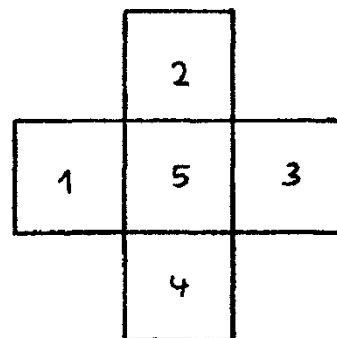
Figur 28

So haben wir hier eine [Farben-]Dimension, die von zwei Würfeln begrenzt wird, die drei farbige Flächen haben. In derselben Weise müssen wir nun durch den weissen Würfel den grünblau- roten Würfel durchgehen lassen (Figur 28.2), ebenso dann den blau-weiss-roten Würfel durch das Grün (Figur 28.3). Bei der letzten Figur (Figur 28.4) haben wir einen blau-grün-weissen Würfel, der durch eine rote Dimension durchgehen muss, das heisst, in einer Farbe verschwinden muss, die er nicht selbst hat, um nachher wieder in seinen ureigenen Farben auf der anderen Seite zu erscheinen.

Diese vier Würfel verhalten sich genauso wie vorhin unsere drei Quadrate. Wenn Sie sich nun klarmachen, dass wir sechs Quadrate brauchen, damit ein Würfel begrenzt wird, so haben wir acht Würfel nötig, um ein analoges vierdimensionales Gebilde, den Tesseract, zu begrenzen. Wie wir dort drei Hilfsquadrate bekommen haben, die nur das Verschwinden durch die andere Dimension bedeuten, so bekommen wir hier im ganzen zwölf Würfel, welche sich zueinander so verhalten, wie diese neun Figuren in der Ebene sich verhalten. Dann haben wir dasselbe mit dem Würfel getan, was wir früher mit den Quadraten taten, und indem wir jedesmal eine neue Farbe wählten, trat eine neue Dimension zu den andern hinzu. So denken wir uns also, wir stellen farbenbildlich einen Körper dar, der vier Dimensionen hat dadurch, dass wir nach vier Richtungen hin vier verschiedene Farben haben, wobei jeder [einzelne] Würfel drei Farben hat und durch die vierte [Farbe] hindurchgeht.

Der Sinn, den dieses Ersetzen der Dimensionen durch die Farben hat, besteht darin, dass wir, solange wir bei den [drei] Dimensionen bleiben, die drei Dimensionen nicht in die [zweidimensionale] Ebene bringen können. Nehmen wir aber dafür drei Farben, so können wir es tun. Ebenso machen wir es mit vier Dimensionen, wenn wir sie durch [vier] Farben im dreidimensionalen Raum zur bildlichen Darstellung bringen wollen. Das ist zunächst eine Art, wie ich Sie auf die doch sonst komplizierten Dinge hinleiten möchte, und wie sie Hinton in seinem Problem [der dreidimensionalen Darstellung vierdimensionaler Gebilde] gebraucht hat.

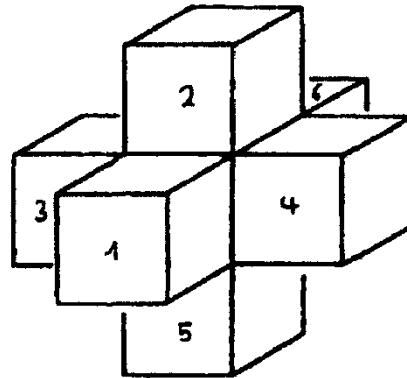
Ich möchte nun noch einmal den Würfel in der Ebene ausbreiten, ihn nochmals in die Ebene umlegen. Das will ich an die Tafel zeichnen. Sehen Sie zunächst von dem untersten Quadrat [der Figur 25] ab, und denken Sie sich, dass Sie nur zweidimensional sehen könnten, also nur das sehen könnten, was in der Fläche der Tafel ausgebreitet ist. Wenn wir fünf Quadrate so zusammengefügt haben, wie in diesem Falle, dass sie so gelagert sind, dass das eine Quadrat in die Mitte hineinkommt, so bleibt diese innere Fläche unsichtbar (Figur 29). Sie können von allen Seiten herumgehen. Sie können Quadrat 5, da Sie nur in zwei Dimensionen sehen können, nicht erblicken.



Figur 29

Nun wollen wir einmal dieselbe Sache, die wir hier mit fünf von den sechs Seitenquadraten des Würfels angestellt haben, mit sieben von den acht Grenzwürfeln machen, die den Tessarakt bilden, wenn wir unser vierdimensionales Gebilde in den Raum ausbreiten. Ich will die sieben Würfel analog legen, wie ich es mit den Flächen des Würfels auf der Tafel tat; nur haben wir jetzt Würfel, wo wir vorher Quadrate hatten. Nun haben wir hier die entsprechende Raumfigur, ganz analog geformt. Damit haben wir dasselbe für den dreidimensionalen Raum, was wir vorher für die zweidimensionale Fläche hatten. Wie vorher ein Quadrat, so ist jetzt der siebente Würfel vollständig von allen Seiten verdeckt, den ein Wesen, das [bloss] die Fähig-

keit zum dreidimensionalen Schauen hat, niemals wird sehen können (Figur 30). Könnten wir diese Figuren so zusammenklappen wie die sechs abgewickelten Quadrate des Würfels, so könnten wir aus der dritten in die vierte Dimension übergehen. Wir haben gezeigt, wie man sich davon durch Farben-Übergänge eine Vorstellung bilden kann.



Figur 30

Damit haben wir wenigstens gezeigt, wie man sich, trotzdem die Menschen nur drei Dimensionen wahrnehmen können, doch einen vierdimensionalen Raum vorstellen kann. Nun könnten Sie sich noch fragen, wie man von dem wirklichen vierdimensionalen Raum eine mögliche Vorstellung gewinnen kann. Und da möchte ich Sie hinweisen auf etwas, das man das eigentliche «alchemistische Geheimnis» nennt. Denn die wirkliche Anschauung des vierdimensionalen Raumes hängt in gewisser Weise mit dem zusammen, was die Alchemisten «Verwandlung» nannten.

*[Erste Textvariante:]* Derjenige, welcher eine wirkliche Anschauung von dem vierdimensionalen Raum sich erwerben will, muss ganz bestimmte Anschauungsübungen machen. Diese bestehen darin, dass er sich zunächst eine ganz klare Anschauung, eine vertiefte Anschauung, nicht Vorstellung, bildet von dem, was man Wasser nennt. Eine solche Anschauung von dem Wasser ist nicht so leicht zu kriegen. Man muss lange meditieren und sich sehr genau in die Natur des Wassers vertiefen, man muss sozusagen hineinkriechen in die Natur des Wassers. Das zweite ist, dass man sich eine Anschauung verschafft von der Natur des Lichtes. Das Licht ist etwas, was der Mensch zwar kennt, aber nur so kennt, wie er es von Aussen empfängt. Nun kommt der Mensch dadurch, dass er meditiert, dazu, das innere Gegenbild des äusseren Lichtes zu bekommen, zu wissen, wodurch und woher das

Licht entsteht, so dass er dadurch selbst so etwas wie Licht hervorbringen, erzeugen kann. Diese Fähigkeit, Licht hervorbringen, erzeugen zu können, eignet sich der Yogi [Geheimschüler] an durch Meditation. Das kann derjenige, welcher reine Begriffe wirklich meditativ in seiner Seele anwesend zu haben vermag, der reine Begriffe wirklich meditativ auf seine Seele wirken lässt, der sinnlichkeitsfrei denken kann. Dann entspringt dem Begriffe das Licht. Dann geht ihm die ganze Umwelt auf als flutendes Licht. Der Geheimschüler muss nun gleichsam chemisch verbinden die Anschauung, die er sich von Wasser gebildet hat, mit der Anschauung des Lichtes. Das vom Licht ganz durchdrungene Wasser ist ein Körper, der von den Alchemisten genannt wird Mercurius. Wasser plus Licht heisst in der Sprache der Alchemisten Mercurius. Dieses alchemistische Merkur ist aber nicht das gewöhnliche Quecksilber. Sie werden die Sache nicht in dieser Form [überliefert] erhalten haben. Man muss erst in sich die Fähigkeit erwecken, aus dem [Umgehen mit den reinen] Begriffen selbst das Licht zu erzeugen. Mercurius ist diese Vermischung [des Lichtes] mit der Anschauung des Wassers, diese lichtdurchdrungene Wasserkraft, in deren Besitz man sich dann versetzt. Das ist das eine Element der astralischen Welt.

Das zweite [Element] entsteht dadurch, dass man sich, ebenso wie man vom Wasser sich eine Anschauung gebildet hat, man sich von der Luft eine Anschauung bildet, dass wir also die Kraft der Luft durch einen geistigen Vorgang herausaugen. Wenn Sie [auf der anderen Seite Ihr] Gefühl in sich in gewisser Weise konzentrieren, so erzeugen, so entzünden Sie durch das Gefühl das Feuer. [Wenn Sie die Kraft der Luft gleichsam chemisch verbinden mit dem durch Gefühl erzeugten Feuer, so] bekommen Sie «Feuerluft». Sie wissen, dass in Goethes «Faust» von Feuerluft gesprochen wird. Das ist etwas, wo das Innere des Menschen mitarbeiten muss. Also das eine Element wird [aus einem gegebenen Element, der Luft,] herausgesogen, das andere [das Feuer oder die Wärme] wird von Ihnen selbst erzeugt. Diese Luft plus Feuer nannten die Alchemisten Schwefel, Sulfur, leuchtende Feuerluft. Wenn Sie nun diese leuchtende Feuerluft in einem wässrigen Elemente haben, dann haben Sie in Wahrheit jene [astrale] Materie, von der es in der Bibel heisst: und der Geist Gottes schwebte, oder brütete, über den «Wassern».

[Das dritte Element entsteht, wenn] man der Erde die Kraft entzieht und das dann verbindet mit den [geistigen Kräften im] «Schall»; dann hat man das, was [hier] Geist Gottes genannt wird. Daher wird es auch «Donner» genannt. [Wirkender] Geist Gottes ist Donner, ist Erde plus Schall. Der Geist Gottes [schwebt also über der] astralen Materie.

Jene «Wasser» sind nicht gewöhnliche Wasser, sondern was man eigentlich astrale Materie nennt. Diese besteht aus vier Arten von Kräften: Wasser, Luft, Licht und Feuer. Die Anordnung dieser vier Kräfte stellt sich der astralischen Anschauung als

die vier Dimensionen des astralen Raumes dar. So sind sie in der Wirklichkeit. Es sieht im Astralen eben ganz anders aus als in unserer Welt. Manches, was als astral aufgefasst wird, ist nur eine Projektion des Astralen in den physischen Raum.

Sie sehen, dasjenige, was astral ist, ist halb subjektiv [das heisst dem Subjekt passiv gegeben], halb Wasser und Luft, denn Licht und Gefühl [Feuer] sind objektiv, [das heisst vom Subjekt tätig zur Erscheinung gebracht]. Nur einen Teil von dem, was astral ist, kann man aussen [als dem Subjekt gegeben] finden, aus der Umwelt gewinnen. Den anderen Teil muss man subjektiv [durch eigene Tätigkeit] dazubringen. Aus Begriffs- und Gefühlskräften gewinnt man [aus dem Gegebenen] durch [tätige] Objektivierung das andere. Im Astralen haben wir also Subjektiv-Objektives.

Im Devachan gibt es gar keine [für das Subjekt bloss gegebene] Objektivität mehr. Man würde dort ein völlig subjektives Element haben.

Wir haben eben da etwas, was der Mensch erst [aus sich heraus] erzeugen muss, wenn wir vom astralen Raum sprechen. So ist alles, was wir hier tun, das Symbolische, [nur] eine sinnbildliche Darstellung für die höheren Welten, für die devachanische Welt, die in der Art wirklich sind, wie ich es Ihnen in diesen Andeutungen auseinandergesetzt habe. Es ist das, was in diesen höheren Welten liegt, nur dadurch zu erreichen, dass man in sich selbst neue Anschauungsmöglichkeiten entwickelt. Der Mensch muss selbst etwas dazu tun.

*[Zweite Textvariante (Vegeahn):]* Derjenige, welcher eine wirkliche Anschauung des vierdimensionalen Raumes sich erwerben will, muss ganz bestimmte Anschauungsübungen machen. Er bildet sich zunächst eine ganz klare, vertiefte Anschauung vom Wasser. Eine solche Anschauung ist nicht so ohne weiteres zu bekommen, man muss sich sehr genau in die Natur des Wassers vertiefen; man muss sozusagen hineinkriechen in das Wasser. Das zweite ist, dass man sich eine Anschauung von der Natur des Lichtes verschafft; das Licht ist etwas, was der Mensch zwar kennt, aber nur so, dass er es von aussen empfängt; durch das Meditieren kann er das innere Gegenbild des Lichtes bekommen, wissen, woher Licht entsteht, und daher selbst Licht hervorbringen. Das kann derjenige, der reine Begriffe wirklich meditativ auf seine Seele wirken lässt, der ein sinnlichkeitsfreies Denken hat. Dann geht ihm die ganze Umwelt als flutendes Licht auf, und nun muss er gleichsam chemisch die Vorstellung, die er sich vom Wasser gebildet hat, mit der des Lichtes verbinden. Dieses von Licht ganz durchdrungene Wasser ist ein Körper, der von den Alchemisten «Mercurius» genannt wurde. Das alchemistische Merkur ist aber nicht das gewöhnliche Quecksilber. Erst muss man in sich die Fähigkeit erwecken, aus dem Begriff *des* Lichtes Mercurius zu erzeugen. Mercurius, lichtdurchdrungene

Wasserkraft, ist dasjenige, in dessen Besitz man sich dann versetzt. Das ist das eine Element der astralen Welt.

Das zweite entsteht dadurch, dass Sie sich ebenso eine anschauliche Vorstellung von der Luft machen, dann die Kraft der Luft durch einen geistigen Vorgang heraus-saugen, sie mit dem Gefühl in sich verbinden, und Sie entzünden so den Begriff «Wärme», «Feuer», dann bekommen Sie «Feuerluft». Also das eine Element wird herausgesogen, das andere wird von Ihnen selbst erzeugt. Dieses - Luft und Feuer - nannten die Alchemisten «Schwefel», Sulfur, leuchtende Feuerluft. Im wässrigen Elemente, da haben Sie in Wahrheit jene Materie, von der es heisst: «und der Geist Gottes schwebte über den Wassern».

Das dritte Element ist «Geist-Gott», das ist «Erde» verbunden mit «Schall». Das ist eben was entsteht, wenn man der Erde die Kräfte entzieht und mit dem Schall verbindet. Jene «Wasser» sind nicht gewöhnliche Wasser, sondern was man eigentlich astrale Materie nennt. Diese besteht aus vier Arten von Kräften: Wasser, Luft, Licht und Feuer. Und das stellt sich dar als die vier Dimensionen des astralen Raumes.

Sie sehen, dasjenige, was astral ist, ist halb subjektiv; nur einen Teil dessen, was astral ist, kann man aus der Umwelt gewinnen; aus Begriffs- und Gefühlskräften gewinnt man durch Objektivierung das andere. Im Devachan würde man ein völlig subjektives Element haben; dort gibt es keine Objektivität. So ist alles, was wir hier tun, das Symbolische, eine sinnbildliche Darstellung für die devachanische Welt. Alles, was in den höheren Welten liegt, ist nur dadurch zu erreichen, dass Sie neue Anschauungen in sich selbst entwickeln. Der Mensch muss selbst etwas dazu tun.

## I • 05 GEOMETRISCHE EIGENSCHAFTEN DES RHOMBENDODEKAEDERS

Naturwissenschaft – GA-324a Die vierte Dimension – Mathematik und Wirklichkeit

Die Abklappung (Abwicklung) des Würfels führt zu einer neuen Analogie für die dreidimensionale Darstellung eines vierdimensionalen Würfels (Tessarakt). Analogie als methodisches Mittel zur Erarbeitung einer Vorstellung über vierdimensionale Gebilde. Halbierung der Flächen eines Oktaeders ergibt ein Tetraeder. Beim Würfel geht das nicht. - Geometrische Eigenschaften des Rhombendodekaeders im Vergleich mit Würfel und Tetraeder/Oktaeder. Würfel als Gegensatz zum dreidimensionalen Raum. - Begrenzung von zwei- und dreidimensionalen Figuren durch gekrümmte Gebilde: gekrümmtes Quadrat und gekrümmter Würfel. Gewöhnlicher Würfel als Verflachung eines gekrümmten Würfels. Umgekehrt kann durch Krümmung eines dreidimensionalen Gebildes ein vierdimensionales Gebilde erzeugt werden.

Fünfter Vortrag, Berlin, 31. Mai 1905

---

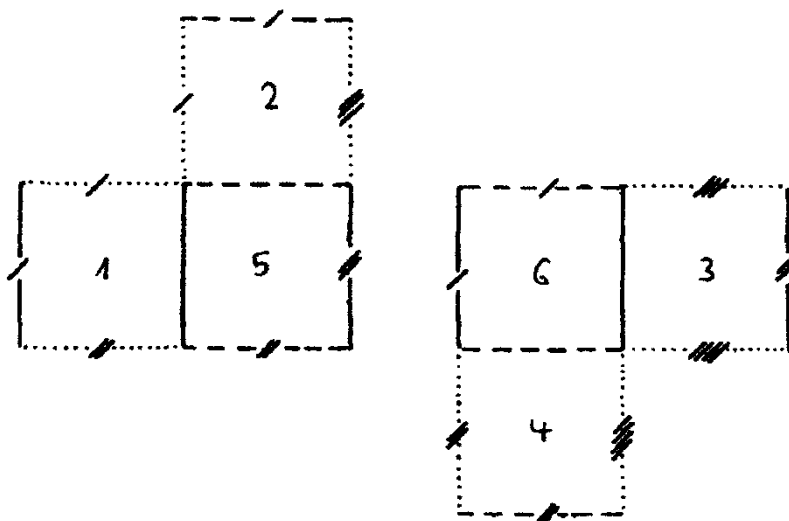
Wir haben das letzte Mal versucht, uns eine Vorstellung eines vierdimensionalen Raumgebildes zu verschaffen. Um es uns zu veranschaulichen, haben wir es auf ein dreidimensionales reduziert. Zunächst sind wir davon ausgegangen, ein dreidimensionales Raumgebilde in ein zweidimensionales zu verwandeln. Wir setzten statt der Dimensionen Farben ein. Wir haben die Vorstellung so ausgebildet, dass ein Würfel längs der drei Dimensionen in drei Farben erschien. Dann legten wir die Grenzen eines Würfels auf die Ebene hin, das ergab uns sechs Quadrate in verschiedenen Farben. Durch die Verschiedenheit der Farben der einzelnen Seiten ergaben sich uns die drei verschiedenen Dimensionen im zweidimensionalen Raum. Wir hatten dreierlei Farben, und damit hatten wir die drei Dimensionen repräsentiert.

Wir haben uns dann vorgestellt, dass wir ein Würfelquadrat in die dritte Dimension hinüberleiten so, wie wenn wir es durch einen farbigen Nebel hinüberleiteten und es auf der anderen Seite wieder erscheint. Wir stellten uns dabei vor, dass wir Durchgangs-Quadrate haben, so dass durch diese Quadrate die Würfelquadrate sich hindurchbewegen und sich dadurch [mit der Farbe des Durchgangs-Quadrates] tingieren. So haben wir versucht, uns den [dreidimensionalen] Würfel [vermöge einer zweidimensionalen Farbendarstellung] vorzustellen. [Für die eindimensionale Darstellung der] Flächen haben wir also zwei Grenzfarben und [für die zweidimensionale Darstellung des] Würfels drei Farben. [Um ein vierdimensionales Raumgebilde im



dreidimensionalen Raum abzubilden, müssen wir] dann eine vierte Grenzfarbe hinzunehmen.

Nun müssen wir uns in der gleichen Weise vorstellen, dass ein Würfel, der, analog wie unser Quadrat, zwei verschiedene Farben hat als Grenzseiten, drei verschiedene Farben hat in seinen Grenzflächen. Und schliesslich bewegt sich jeder Würfel durch einen anderen Würfel, der die entsprechende vierte Farbe hat. Dabei lassen wir ihn also verschwinden in der vierten Farbendimension. Wir lassen also nach der Analogie von Hinton die jeweiligen Grenz-Würfel durch die neue [vierte] Farbe hindurchgehen, die dann auf der anderen Seite wieder erscheinen, auftauchen in ihrer [ursprünglichen] eigenen Farbe.

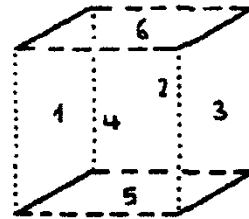


Figur 31

Nun will ich Ihnen eine andere Analogie geben und zunächst die drei Dimensionen wieder auf zwei reduzieren, so dass wir [anschliessend] imstande sein werden, vier Dimensionen auf drei zu reduzieren. Dazu müssen wir uns das folgende vorstellen. Der Würfel kann an seinen Grenzflächen zusammengesetzt werden aus seinen sechs Grenz-Quadraten; statt aber nun, wie neulich, die Ausbreitung hintereinander [zusammenhängend] vorzunehmen, wird sie jetzt auf eine andere Weise geschehen. Ich werde auch diese Figur hinzeichnen (Figur 31). Sie sehen, wir haben jetzt auf diese Weise den Würfel ausgebreitet in zwei Systeme, deren jedes in der Ebene liegt und aus je drei Quadraten besteht. Nun müssen wir uns klar werden darüber, wie diese verschiedenen Gebiete liegen werden, wenn wir den Würfel wirklich zusammensetzen. Ich bitte Sie, sich das folgende klar zu machen. Wenn ich nun den Würfel aus diesen sechs Quadraten wieder zusammensetzen will, so muss ich die beiden Abteilungen so übereinanderlegen, dass Quadrat 6 über Quadrat 5 zu liegen

kommt. Wenn auf diese Weise Quadrat 5 unten zu liegen kommt, muss ich die Quadrate 1 und 2 hochklappen, die Quadrate 3 und 4 dagegen nach unten hinunterklappen (Figur 32). Dabei bekommen wir also gewisse korrespondierende Linien, die sich gegenseitig decken. Die in der Figur mit gleicher Farbe [hier in gleicher Strichqualität und in gleicher Strichzahl] markierten Linien werden zusammenfallen. Das, was hier in der Ebene, im zweidimensionalen Raum, liegt, fällt in gewisser Weise zusammen, wenn ich in den dreidimensionalen Raum übergehe.

Figur 32

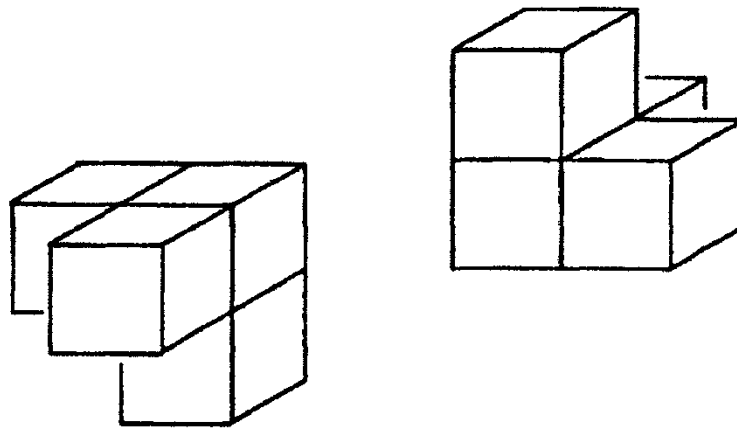


Das Quadrat besteht aus vier Seiten, der Würfel aus sechs Quadraten, und das vierdimensionale Gebiet müsste dann aus acht Würfeln bestehen.<sup>29</sup> Dieses vierdimensionale Gebiet nennen wir [nach Hinton] Tesseract. Nun handelt es sich darum, dass diese acht Würfel nicht wiederum einfach zu einem Würfel zusammengesetzt werden dürfen, sondern dass immer einer [dieser acht Würfel] in entsprechender Weise durch die vierte Dimension durchgehen müsste.

Will ich nun dasselbe mit dem Tesseract machen, was ich eben mit dem Würfel getan habe, so muss ich dasselbe Gesetz einhalten. Es handelt sich darum, Analogien zu finden des Dreidimensionalen zum Zweidimensionalen und dann des Vierdimensionalen zum Dreidimensionalen. Wie ich nun hier zwei Systeme von [je drei] Quadraten erhielt, so ergibt sich beim Tesseract dasselbe mit [zwei Systemen von je vier] Würfeln, wenn ich ein vierdimensionales Tesseract in den dreidimensionalen Raum abfalte. Das System von acht Würfeln ist sehr geistreich ausgedacht. Dieses Gebilde wird dann so aussehen (Figur 33).

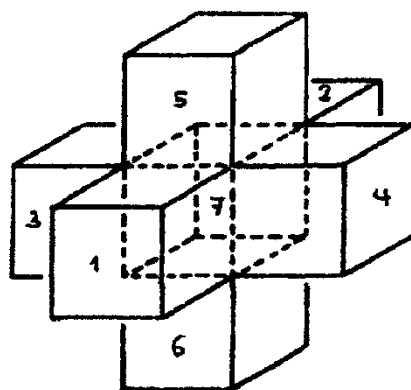
Dabei sind jedesmal diese vier Würfel im dreidimensionalen Raum genau so zu nehmen, wie diese Quadrate im zweidimensionalen Raum. Sie müssen sich nur genau anschauen, was ich hier gemacht habe. Bei dem Abklappen des Würfels in den zweidimensionalen Raum ergab sich ein System von sechs Quadraten; bei der entsprechenden Prozedur am Tesseract erhalten wir ein System von acht Würfeln (Figur 34). Wir haben die Betrachtung für den dreidimensionalen Raum auf den vier-

dimensionalen Raum übergeführt. [Dem Hochklappen und Zusammenfügen der Quadrate im dreidimensionalen Raum entspricht das



Figur 33

Hochklappen und Zusammenfügen der Würfel im vierdimensionalen Raum.] Bei dem abgeklappten Würfel ergaben sich [in der zweidimensionalen Ebene] verschiedene korrespondierende Linien, die sich beim späteren Wiederhochklappen deckten. Ein gleiches findet statt mit den Flächen unserer einzelnen Würfel des Tessaraktes. [Beim abgeklappten Tessarakt im dreidimensionalen Raum ergeben sich bei den entsprechenden Würfeln korrespondierende Flächen.] Es würde also etwa beim Tessarakt die obere horizontale Fläche des



Figur 34

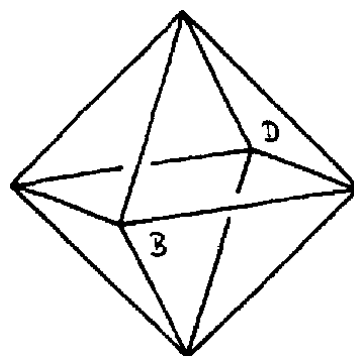
Würfels 1 - durch Beobachtung [Vermittlung] der vierten Dimension - mit der vorderen Fläche des Würfels 5 zusammenfallen.

In gleicher Weise fällt die rechte Fläche des Würfels 1 mit dem vorderen Quadrat des Würfels 4, und ebenso das linke Quadrat des Würfels 1 mit dem vorderen Quadrat des Würfels 3 [sowie das untere Quadrat des Würfels 1 mit dem vorderen Quadrat des Würfels 6] zusammen. [Ganz Entsprechendes gilt für die übrigen Würfelflächen.] Es bleibt übrig der von den sechs anderen eingeschlossene Würfel 7.34

Sie sehen, dass es sich hier wieder darum handelt, Analogien zu finden zwischen der dritten und vierten Dimension. Ebenso wie ein von vier Quadraten eingeschlossenes fünftes Quadrat - wie wir dies an der entsprechenden Figur des vorigen Vortrages gesehen haben (Figur 29) - dem nur zweidimensional schauenden Wesen unsichtbar bleibt, so ist dies hier mit dem siebenten Würfel der Fall: er bleibt dem dreidimensionalen Auge verborgen. Diesem siebenten Würfel entspricht beim Tesseract ein achter Würfel, der, da wir hier einen vierdimensionalen Körper haben, als Gegenstück zum siebenten in der vierten Dimension liegt.

Es laufen alle Analogien darauf hinaus, uns vorzubereiten auf die vierte Dimension, Es zwingt uns nichts, [innerhalb der blossen Raumesanschauung] zu den gewöhnlichen Dimensionen die anderen Dimensionen [hinzuzufügen]. Im Anschluss an Hinton könnten wir uns auch hier Farben hinzudenken und uns Würfel so zusammengefügt denken, dass die entsprechenden Farben zusammenkommen. Es ist auf eine andere Weise [als durch solche Analogien] kaum möglich, eine Anleitung zu geben, wie man sich ein vierdimensionales Gebilde zu denken hat.

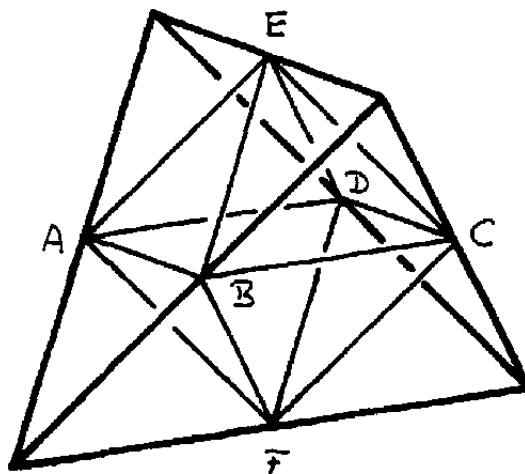
Nun möchte ich noch auf eine andere Weise [der Darstellung vierdimensionaler Körper im dreidimensionalen Raum] zu sprechen kommen, die Ihnen vielleicht auch noch die Möglichkeit geben wird, das besser einzusehen, um was es sich hier eigentlich handelt. Dieses hier ist ein Oktaeder, das von acht Dreiecken begrenzt ist, wobei die Seitenflächen in stumpfen Winkeln aneinanderstossen (Figur 35).



Figur 35

Wenn Sie sich dieses Gebilde hier vorstellen, so bitte ich Sie, mit mir in Gedanken folgende Prozedur vorzunehmen. Sie sehen, hier ist immer eine Fläche von einer anderen geschnitten. Hier zum Beispiel in  $AB$  stossen zwei Seitenflächen zusam-

men, und hier in  $EB$  stossen zwei zusammen. Der ganze Unterschied zwischen Oktaeder und Würfel liegt im Schnittwinkel der Seitenflächen. Wenn sich Flächen so wie beim Würfel [rechtwinklig] schneiden, so entsteht ein Würfel. Wenn sie sich aber so schneiden wie hier [stumpf], so entsteht ein Oktaeder. Es handelt sich darum, dass wir Flächen unter den verschiedensten Winkeln sich schneiden lassen, dann bekommen wir die verschiedensten Raumgebilde.



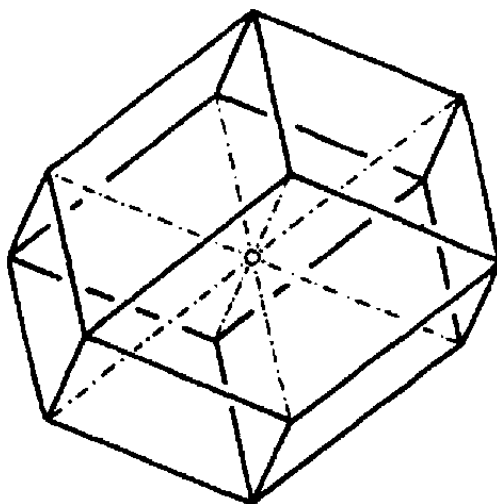
Figur 36

Denken Sie sich nun, wir könnten hier dieselben Flächen des Oktaeders auch in anderer Weise zum Schneiden bringen. Denken Sie sich diese Fläche hier, zum Beispiel  $AEB$ , nach allen Seiten fortgesetzt, und diese untere hier,  $BCF$ , auch (Figur 36). Dann ebenso die rückwärts liegenden  $ADF$  und  $EDC$ . So müssen sich dann diese Flächen ebenfalls schneiden, und zwar schneiden sie sich hier doppelt symmetrisch. Wenn Sie diese Flächen in dieser Weise verlängern, so fallen [vier der ursprünglichen Grenzflächen] fort:  $ABF$ ,  $EBC$  und nach rückwärts  $EAD$  und  $DCF$ . Von acht Flächen bleiben also vier übrig. Und die vier, die dann bleiben, die geben dieses Tetraeder, das man auch die Hälfte eines Oktaeders nennt. Es ist deshalb die Hälfte eines Oktaeders, weil es die Hälfte der Flächen des Oktaeders zum Schnitt bringt. Es ist also nicht so, dass man das Oktaeder in der Mitte zerschneidet. [Bringt man die übrigen vier Flächen des Oktaeders zum Schnitt, so entsteht ebenfalls ein Tetraeder, das mit dem ersten Tetraeder zusammen genau das Oktaeder als gemeinsames Schnittgebilde besitzt.] In der Stereometrie [geometrischen Kristallographie] bezeichnet man nicht das als die Hälfte, was halbiert wird, sondern das, was durch die Halbierung der [Anzahl der] Flächen entsteht. Beim Oktaeder ist das ganz leicht vorzustellen.

Wenn Sie sich den Würfel in derselben Weise halbiert denken, wenn Sie sich also hier eine Fläche mit der entsprechenden andern sich schneiden lassen, so bekom-

men Sie immer wieder einen Würfel. Die Hälfte eines Würfels ist wieder ein Würfel. Daraus möchte ich einen wichtigen Schluss ziehen, will aber dazu noch vorher etwas anderes zu Hilfe nehmen.

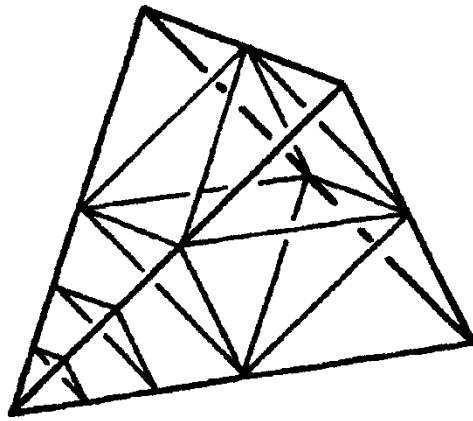
Hier habe ich einen Rhombenzwölfflächner [Rhombendodekaeder] (Figur 37). Sie sehen, dass die Flächen unter gewissen Winkeln aneinandergrenzen. Es ist nun hier zu gleicher Zeit ein System von vier Drähten zu sehen, welche ich Achsendrähte nennen möchte, und die zueinander gegenläufig sind, [das heisst gewisse einander gegenüberliegende Ecken des Rhombendodekaeders miteinander verbinden, also Diagonalen sind]. Diese Drähte stellen nun in einer ähnlichen Weise ein System von Achsen dar, wie Sie es sich vorstellten, dass am Würfel ein System von Achsen ist.<sup>38</sup> Den Würfel bekommt man, wenn man bei einem System von drei aufeinander senkrecht stehenden Achsen dadurch Schnittflächen hervorbringt, dass in jeder dieser Achsen Stauungen eintreten.



Figur 37

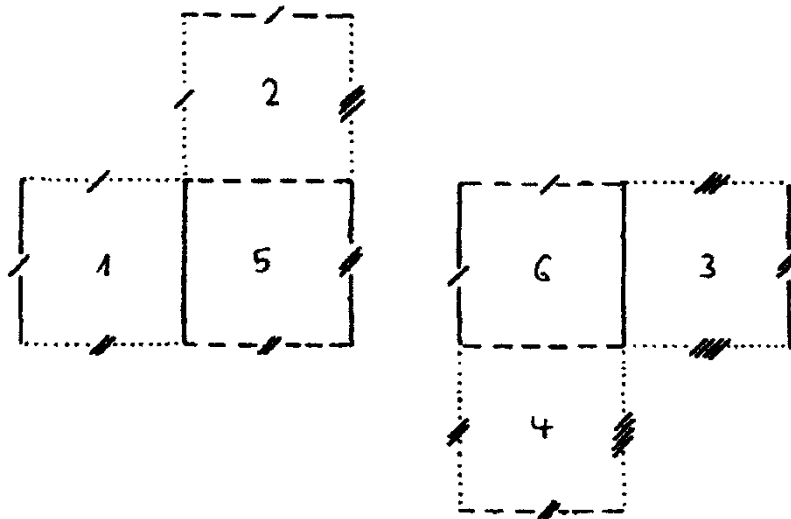
Lässt man die Achsen unter anderen Winkeln sich schneiden, so bekommt man ein anderes Raumgebilde. Das Rhombendodekaeder hat Achsen, die sich unter anderen als rechten Winkeln schneiden.

Der Würfel gibt halbiert [wieder] sich selbst. Dies trifft aber nur beim Würfel zu. Das Rhombendodekaeder, in seinen halben Flächen zum Schnitt gebracht, gibt ebenfalls ein anderes Raumgebilde.



Figur 38

Nehmen wir nun das Verhältnis des Oktaeders zum Tetraeder. Und zwar will ich Ihnen sagen, was da gemeint ist. Das tritt klar hervor, wenn wir allmählich das Oktaeder in das Tetraeder übergehen lassen. Nehmen wir zu diesem Zwecke ein Tetraeder, dem wir, wie an einer Spitze angedeutet, die Ecken abschneiden (Figur 38). Setzen wir dies fort, bis die Schnittflächen sich an den Kanten des Tetraeders begegnen; dann bleibt übrig das angedeutete Oktaeder. So bekommen wir aus einem Raumgebilde, das durch vier Flächen begrenzt ist, ein achtseitiges Gebilde, wenn wir unter entsprechenden Winkeln die Ecken abschneiden.



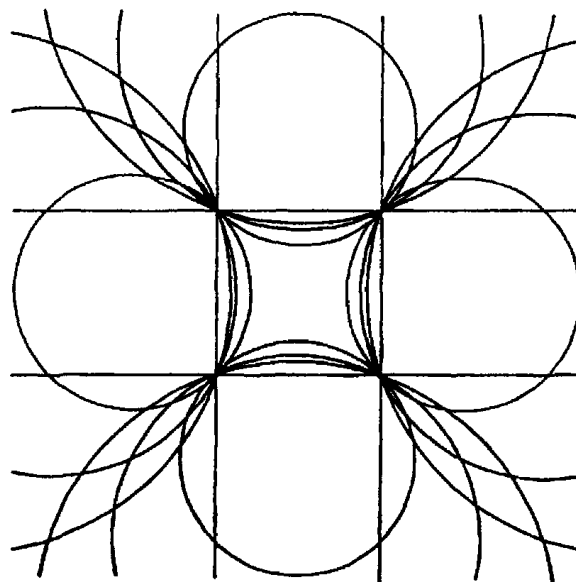
Figur 31

Dasselbe, was ich hier mit dem Tetraeder gemacht habe, können Sie wiederum nicht mit dem Würfel machen. Der Würfel hat ganz besondere Eigenschaften, nämlich, dass er das Gegenstück ist zum dreidimensionalen Raum. Denken Sie sich den

gesamten Weltenraum so gegliedert, dass er drei aufeinander senkrecht stehende Achsen hat. Wenn Sie zu diesen drei Achsen senkrecht stehende Flächen haben, so bekommen Sie unter allen Umständen einen Würfel (Figur 39). Man sagt deshalb, wenn man mit dem Würfel den theoretischen Würfel bezeichnen will, der Würfel sei überhaupt das Gegenstück zum dreidimensionalen Raum. So wie das Tetraeder das Gegenstück ist zum Oktaeder, wenn ich die Seiten des Oktaeders zu bestimmten Schnitten bringe, so ist der einzelne Würfel das Gegenstück zum ganzen Raum. Wenn Sie sich den ganzen Raum als positiv denken, so ist der Würfel negativ. Der Würfel ist zum ganzen Raum polar. Der Raum hat im physischen Würfel sein ihm eigentlich korrespondierendes Gebilde.

Nehmen Sie einmal jetzt an, ich würde den [dreidimensionalen] Raum nicht durch zweidimensionale Ebenen begrenzen, sondern ich würde ihn so begrenzen, dass ich ihn durch sechs Kugeln begrenzen lasse [also durch dreidimensionale Gebilde].

Ich begrenze zunächst den zweidimensionalen Raum dadurch, dass ich vier ineinandergelagerte Kreise [also zweidimensionale Gebilde] habe. Sie können sich nun vorstellen, dass diese vier Kreise immer grösser und grösser werden [indem der Radius immer länger wird und der Mittelpunkt sich immer weiter entfernt]; dann werden sie mit der Zeit alle in eine gerade Linie übergehen (Figur 40). Sie bekommen dann vier sich schneidende Geraden, und statt der vier Kreise ein Quadrat.



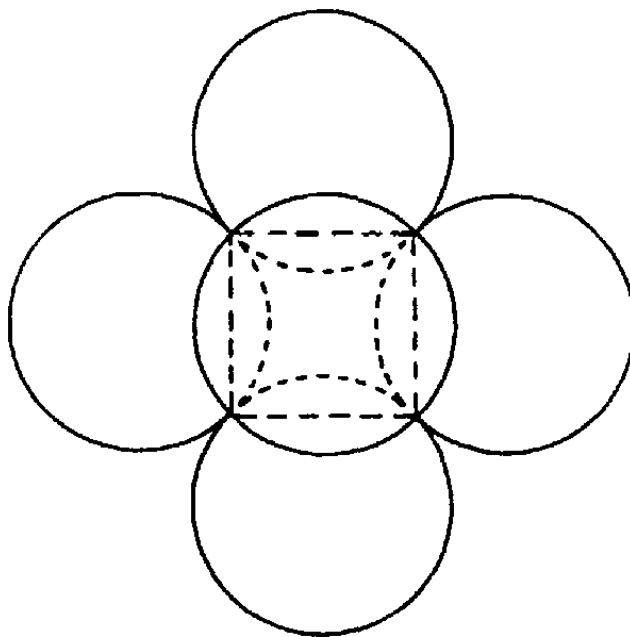
Figur 40

Denken Sie sich nun statt der Kreise Kugeln, und zwar sechs, so dass sie eine Art von Maulbeere bilden (Figur 41). Wenn Sie sich mit den Kugeln dasselbe denken wie mit den Kreisen, dass sie immer grössere Durchmesser bekommen, so werden



diese sechs Kugeln zuletzt ebenso die Begrenzungsflächen eines Würfels werden, wie die vier Kreise zu Begrenzungslinien eines Quadrates wurden.

Der Würfel ist jetzt dadurch entstanden, dass wir sechs Kugeln hatten, die flach geworden sind. Es ist also der Würfel nichts anderes als der Spezialfall für sechs ineinandergreifende Kugeln - ebenso wie das Quadrat nichts anderes ist als der Spezialfall für vier ineinandergreifende Kreise.



Figur 41

Wenn Sie sich klar sind, dass Sie sich diese sechs Kugeln so vorzustellen haben, dass sie, in die Ebene gebracht, unseren früheren Quadraten entsprechen, wenn Sie sich ein absolut rundes Gebilde übergehend denken in ein gerades, so bekommen Sie die einfachste Raumform. Der Würfel kann vorgestellt werden als die Verflachung von sechs ineinandergeschobenen Kugeln.

Sie können von einem Punkt eines Kreises sagen, dass er durch die zweite Dimension hindurchgehen muss, wenn er zu einem anderen [Punkt des Kreises] kommen will. Haben Sie aber den Kreis so gross werden lassen, dass er eine gerade Linie bildet, dann kann jeder Punkt des Kreises zu jedem anderen Punkt des Kreises kommen durch die erste Dimension.

Wir betrachten ein Quadrat begrenzt von Gebilden, welches jedes zwei Dimensionen hat. Solange jedes von den vier Grenzgebilden ein Kreis ist, ist es also zweidimensional. Jedes Grenzgebilde, wenn es eine Gerade geworden ist, ist eindimensional.

Jede Grenzfläche eines Würfels ist aus einem dreidimensionalen Gebilde so entstanden, dass jeder der sechs Grenzkugeln eine Dimension weggenommen wurde. Eine solche Grenzfläche ist also dadurch entstanden, dass [bei ihr] die dritte Dimension auf zwei reduziert, sozusagen zurückgebogen worden ist. Sie hat also eine Dimension eingebüsst. So ist die zweite Dimension entstanden durch Einbüsung der Tiefen-Dimension. Man könnte also jede Raumesdimension in ihrer Entstehung so vorstellen, dass sie eine entsprechende höhere eingebüsst hat.

Wie wir ein dreidimensionales Gebilde mit zweidimensionalen Grenzen erhalten, wenn wir dreidimensionale Grenzgebilde auf zweidimensionale reduzieren, so müssen Sie daraus schliessen, dass wir, wenn wir den dreidimensionalen Raum betrachten, wir eine jede Richtung als verflacht uns zu denken haben, und zwar verflacht aus einem unendlichen Kreis; so dass Sie, wenn Sie in der einen Richtung fortschreiten könnten, Sie aus der anderen zurückkommen würden. So ist eine jede [gewöhnliche] Raumdimension dadurch entstanden, dass sie die entsprechende andere [Dimension] verloren hat. In unserem dreidimensionalen Raum steckt ein dreiachsiges System. Es sind drei aufeinander senkrecht stehende Achsen, welche die entsprechenden anderen Dimensionen eingebüsst haben und dadurch flach geworden sind.

Sie bekommen also den dreidimensionalen Raum, wenn Sie eine jede [der drei] Achsen-Richtungen geradebiegen. Wenn man umgekehrt vorgeht, so könnte jeder Raumteil wieder in sich gekrümmt werden. Dann würde [folgende Gedankenreihe] entstehen: Krümmen Sie das eindimensionale Gebilde, so bekommen Sie ein zweidimensionales; durch Krümmen des zweidimensionalen Gebildes bekommen Sie ein dreidimensionales. Krümmen Sie endlich ein dreidimensionales Gebilde, so bekommen Sie ein vierdimensionales Gebilde, so dass das Vierdimensionale auch vorgestellt werden kann als ein in sich gekrümmtes Dreidimensionales.

Und damit komme ich von dem Toten zum Lebendigen. Durch dieses Krümmen können Sie den Übergang vom Toten zum Lebendigen finden. Der vierdimensionale Raum ist [beim Übergang ins Dreidimensionale] so spezialisiert, dass er flach geworden ist. Der Tod ist [für das menschliche Bewusstsein] nichts anderes als das Biegen des Dreidimensionalen in das Vierdimensionale. [Für den physischen Leib für sich genommen ist es umgekehrt: Der Tod ist eine Verflachung des Vierdimensionalen in das Dreidimensionale.]

## I • 06 PROJEKTION DES WÜRFELS IN EIN SECHSECK

Naturwissenschaft – GA-324a Die vierte Dimension – Mathematik und Wirklichkeit

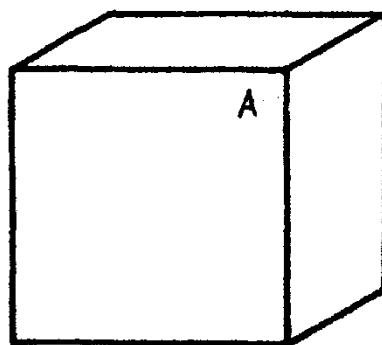
Projektion des Würfels in ein Sechseck. Projektion des Tesseractes in ein Rhombendodekaeder. Achsen des Würfels und Achsen des Rhombendodekaeders. - Höhlengleichnis von Plato als Bild für das Verhältnis von vierdimensionaler Wirklichkeit und dreidimensionalem Raum. Bewegung und Zeit als Ausdruck und Erscheinung der Lebendigkeit, der vierten Dimension. Ebene Begrenzung bei Kristallen und kugelig-sphärische Begrenzungen bei Lebewesen. Vernichtung der vierten Dimension eines lebendigen Wesens führt zum dreidimensionalen starren Abbild. Fünfte Dimension als Resultat einer Begegnung vierdimensionaler Wesen; sie erscheint im Dreidimensionalen als Empfindung. Selbstbewusstsein ist die Projektion der sechsten Dimension in die dreidimensionale physische Welt. - Das Erlebnis von Moses am Sinai als Beispiel für ein wirkliches vierdimensionales Wesen mit zwei gewöhnlichen Dimensionen sowie zwei höheren Dimensionen Zeit und Empfindung. Entwicklung von geistigen Fähigkeiten durch intensive Auseinandersetzung mit den dargestellten Analogien.

Sechster Vortrag, Berlin, 7. Juni 1905

---

Ich möchte heute möglichst die Vorträge über die vierte Raumdimension zum Abschluss bringen, obwohl ich heute noch eingehender ein kompliziertes System vorführen möchte. Ich müsste nach Hinton Ihnen noch viele Modelle anführen; ich kann Sie deshalb nur auf die drei ausführlichen und geistvollen Bücher verweisen.<sup>44</sup> Wer nicht den Willen hat, sich durch Analogien in der Weise ein Bild zu machen, wie wir es in den vergangenen Vorträgen gehört haben, kann sich natürlich keine Vorstellung vom vierdimensionalen Raum machen. Es handelt sich um eine neue Art der Gedankenbildung.

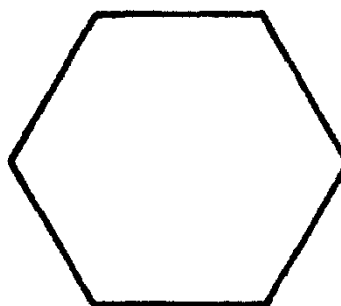
Ich will Ihnen eine wirkliche Abbildung [Parallelprojektion] des Tesseractes verschaffen. Sie wissen, wir hatten im zweidimensionalen Raum das Quadrat, das von vier Seiten begrenzt ist. Dies ist der dreidimensionale Würfel, der durch sechs Quadrate begrenzt ist (Figur 42).



Figur 42

Im vierdimensionalen Raum haben wir das Tesseract. Ein Tesseract ist von acht Würfeln begrenzt. Die Projektion eines Tesseractes [in den dreidimensionalen Raum] besteht folglich aus acht ineinandergeschobenen Würfeln. Wir haben gesehen, wie im dreidimensionalen Raum die [entsprechenden acht] Würfel miteinander verschlungen werden können. Heute will ich Ihnen eine [andere] Art Projektion des Tesseractes machen.

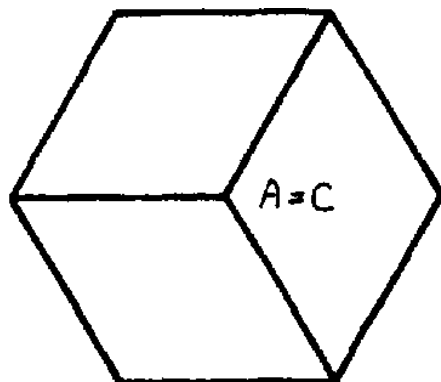
Sie können sich vorstellen, dass der Würfel, wenn er gegen das Licht gehalten wird, einen Schatten auf die Tafel wirft. Diese seine Schattenfigur können wir mit Kreide festhalten (Figur 43). Sie sehen, es kommt dabei ein Sechseck heraus. Nun denken Sie sich einmal diesen Würfel durchsichtig, so würden Sie zu beachten haben, dass in der sechseckigen Figur die drei vorderen Würfelseiten und die drei hinteren Würfelseiten in dieselbe Fläche hineinfallen.



Figur 43

Damit wir nun eine Projektion bekommen können, die wir auf das Tesseract anwenden können, bitte ich Sie sich zu denken, dass der Würfel so vor Ihnen steht, dass der vordere Punkt A den hinteren Punkt C zudeckt. Das alles würde Ihnen,

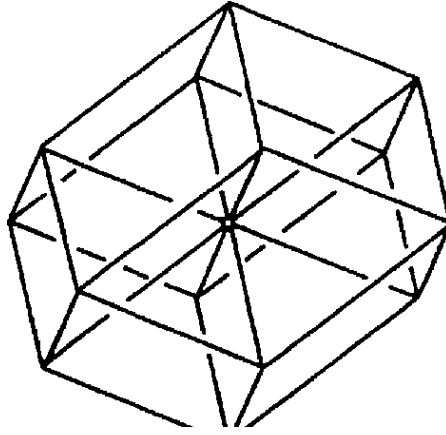
wenn Sie sich die dritte Dimension fortdenken, wieder einen sechseckigen Schatten geben. Ich will Ihnen dafür die Figur hinzeichnen (Figur 44).



Figur 44

Den Würfel so gedacht, würden Sie hier die drei vorderen Flächen sehen; die anderen Flächen würden dahinter liegen. Die Flächen des Würfels erscheinen Ihnen dabei verkürzt und die Winkel nicht mehr als rechte. So sehen Sie den Würfel so abgebildet, dass er für den Flächenanblick ein reguläres Sechseck ergibt. So haben wir im zweidimensionalen Raum eine Abbildung eines dreidimensionalen Würfels bekommen. Da durch die Projektion die Kanten verkürzt und die Winkel verändert werden, müssen wir uns also die [Projektion der] sechs Grenz-Quadrate des Würfels als verschobene Quadrate, als Rhomben vorstellen.

Dieselbe Geschichte, die ich mit einem dreidimensionalen Würfel machte, den ich in die Ebene hineinprojizierte, diese Prozedur wollen wir mit einem vierdimensionalen Raumgebilde machen, das wir also in den dreidimensionalen Raum hineinlegen müssen. Wir müssen also das aus acht Würfeln zusammengesetzte Gebilde, das Tesseract, [durch Parallelprojektion] in die dritte Dimension hineinbringen. Wir haben bei dem Würfel drei sichtbare und drei unsichtbare Kanten bekommen, die alle in den Raum hineingehen und in Wirklichkeit nicht in der [Projektionsfläche drinnen] liegen. Denken Sie sich nun einen Würfel so verschoben, dass daraus ein Rhombenwürfel wird. Nehmen Sie acht dieser Gebilde, so haben Sie die Möglichkeit, die acht [Grenz-]Würfel des Tesseractes so zusammenzulegen, dass sie zusammengeschieben [die] acht [doppelt überdeckten] Rhomben-Würfel dieses Raumgebildes [des Rhombendodekaeders] ergeben (Figur 45).



Figur 45

Nun haben Sie hier eine Achse mehr [als beim dreidimensionalen Würfel]. Ein vierdimensionales Raumgebilde hat dementsprechend natürlich vier Achsen. Wenn wir es uns also Zusammenschieben, so bleiben immer noch vier Achsen übrig. Es stecken dabei in dieser Projektion acht [zusammengeschobene] Würfel, die sich darin als Rhombenwürfel darstellen. Das Rhombendodekaeder ist ein [symmetrisches] Abbild oder Schattenbild des Tesseractes im dreidimensionalen Raum.

Wir sind [zu diesen Beziehungen] durch eine Analogie gekommen, die aber vollständig stimmt: ebenso wie wir eine Projektion des Würfels in die Fläche bekommen haben, ebenso kann man tatsächlich das Tesseract im dreidimensionalen Raum durch eine Projektion darstellen. Sie verhält sich ebenso wie das Schattenbild des Würfels zum Würfel selbst. Ich glaube, das ist ganz gut zu verstehen.

Nun möchte ich gleich an das grossartigste Bild anknüpfen, das je dafür gegeben worden ist, nämlich an Plato und Schopenhauer und das Gleichnis mit der Höhle.

Plato sagt: Man denke sich einmal in einer Höhle Menschen sitzen, und zwar sind sie alle so gefesselt, dass sie den Kopf nicht drehen und nur nach der gegenüberliegenden Wand schauen können. Hinter ihnen befinden sich Menschen, die die verschiedensten Gegenstände vorübertragen. Diese Menschen und diese Gegenstände sind dreidimensional. Alle diese [gefesselten] Menschen starren also auf die Wand und sehen nur das, was als Schattenbild [von den Gegenständen] auf die Wand geworfen wird. So würden Sie alles, was hier im Zimmer ist, nur als Schatten an der gegenüberliegenden Wand als zweidimensionale Bilder wieder sehen.

Nun sagt Plato: So ist es überhaupt in der Welt. In Wahrheit sitzen die Menschen in der Höhle. Nun sind die Menschen selbst und alles übrige vierdimensional; aber was die Menschen davon sehen, sind nur Bilder im dreidimensionalen Raum.

So stellen sich alle Dinge dar, die wir überhaupt sehen. Gemäss Plato sind wir darauf angewiesen, nicht die wirklichen Dinge, sondern die dreidimensionalen Schattenbilder zu sehen. Meine Hand sehe ich nur als Schattenbild, sie ist in Wahrheit vierdimensional, und alles, was die Menschen davon sehen, ist ebenso das Abbild davon, wie das, was ich Ihnen eben als Abbild des Tessaraktes gezeigt habe. So suchte Plato schon damals klarzumachen, dass die Körper, die wir kennen, eigentlich vierdimensional sind, und dass wir von ihnen nur Schattenbilder im dreidimensionalen Raum sehen. Und das ist nicht ganz willkürlich. Dafür will ich Ihnen gleich die Gründe anführen.

Von vornherein kann natürlich jeder sagen, das sei eine blosser Spekulation. Wie können wir uns überhaupt eine Vorstellung davon machen, dass diese Dinge, die dort an der Wand erscheinen, eine Realität haben? Denken Sie sich einmal, Sie sitzen hier in einer Reihe, und Sie sitzen ganz starr. Denken Sie sich jetzt aber, dass die Dinge sich plötzlich anfangen zu bewegen. Sie werden unmöglich sich sagen können, dass die Bilder auf der Wand sich bewegen können, ohne dass aus der zweiten Dimension herausgegangen wird. Wenn sich dort etwas bewegt, so deutet das darauf hin, dass ausserhalb der Wand, an dem wirklichen Objekt, etwas geschehen sein muss, damit es sich überhaupt bewegt. Das sagen Sie sich. [Wenn man sich vorstellt, dass] die Objekte im dreidimensionalen Raum nebeneinander vorbeigehen können, wäre dies mit ihren zweidimensionalen Schattenbildern nicht möglich, falls man sich dieselben substantiell, das heisst undurchdringlich denkt. Wenn sich jene Bilder, substantiell gedacht, nebeneinander vorbei bewegen wollten, so müssten sie aus der zweiten Dimension hinausgehen.

Solange alles in Ruhe ist auf der Wand, habe ich keine Veranlassung, auf irgendein Geschehen ausserhalb der Wand, ausserhalb des Raumes der zweidimensionalen Schattenbilder, zu schliessen. Im Augenblick aber, wo die Geschichte anfängt sich zu bewegen, muss ich untersuchen, woher die Bewegung kommt. Und Sie sagen sich, dass die Veränderung nur von einer Bewegung ausserhalb der Wand herkommen kann, nur kommen kann aus der Bewegung innerhalb einer dritten Dimension. Die Veränderung hat uns also gesagt, dass es ausser einer zweiten noch eine dritte Dimension gibt.

Was blosses Bild ist, hat auch eine gewisse Realität, besitzt ganz bestimmte Eigenschaften, unterscheidet sich aber wesentlich von dem wirklichen Gegenstande. Sie werden nicht ableugnen können, dass auch das Spiegelbild ein blosses Bild ist. Sie sehen im Spiegel sich, und Sie sind ausserdem auch noch da. Ist nun [nicht noch] ein drittes [das heisst ein wirksames Wesen] da, so könnten Sie tatsächlich nicht wissen, was Sie sind. Aber das Spiegelbild macht dieselben Bewegungen, die das Original macht; das Bild ist abhängig von dem wirklichen Gegenstande, dem

Wesen; es hat selbst keine Fähigkeit [sich zu bewegen]. Es kann also unterschieden werden zwischen Bild und Wesen dadurch, dass nur ein Wesen aus sich selbst heraus Bewegung, Veränderung zustande bringen kann. Von den Schattenbildern auf der Wand werde ich gewahr, dass sie sich selbst nicht bewegen können, sie also keine Wesen sein können. Ich muss aus ihnen herausgehen, wenn ich zu den Wesen kommen will.

Wenden Sie das nun auf die Welt überhaupt an. Die Welt ist dreidimensional. Nehmen Sie diese dreidimensionale Welt einmal für sich, so wie sie ist; fassen Sie sie in Gedanken ganz [für sich selbst], und Sie werden finden, dass sie starr bleibt. Sie bleibt noch dreidimensional, auch wenn Sie die Welt in einem bestimmten Zeitpunkt sich plötzlich eingefroren denken. Es gibt aber nicht in zwei Zeitpunkten ein und dieselbe Welt. Die Welt ist in den aufeinanderfolgenden Zeitpunkten durchaus verschieden. Denken Sie sich, dass diese Zeitpunkte fortfielen, so dass das bleibt, was da ist. Ohne die Zeit geschähe gar keine Veränderung mit der Welt. Die Welt bliebe eine dreidimensionale auch dann, wenn sie gar keine Veränderung durchmache. Die Bilder auf der Wand bleiben auch zweidimensional. Aber die Veränderung deutet auf eine dritte Dimension hin. Dass sich die Welt fortwährend ändert, und dass sie auch ohne Veränderung dreidimensional bleibt, deutet darauf hin, dass wir die Veränderung in einer vierten Dimension suchen müssen. Den Grund, die Ursache der Veränderung, die Tätigkeit müssen wir ausserhalb der dritten Dimension suchen, und damit haben Sie die vierte der Dimensionen zunächst einmal erschlossen. Damit haben Sie aber auch die Rechtfertigung für das Bild Platos. So fassen wir die ganze dreidimensionale Welt auf als die Schattenprojektion einer vierdimensionalen Welt. Es fragt sich nur, wie wir diese vierte Dimension [in Wirklichkeit] zu nehmen haben.

Sehen Sie, wir haben die eine Vorstellung uns natürlich klar zu machen, dass es unmöglich ist, dass die vierte Dimension [unmittelbar] in die dritte hineinfällt. Das geht nicht. Die vierte Dimension kann nicht in die dritte hineinfallen. Ich möchte Ihnen einmal jetzt zeigen, wie man sozusagen darüber einen Begriff bekommen kann, wie man über die dritte Dimension hinauskommt. Wenn Sie sich einmal vorstellen, dass wir einen Kreis haben - ich habe schon letzthin eine ähnliche Vorstellung wachzurufen versucht - wenn Sie sich diesen Kreis immer grösser und grösser werdend denken, so wird ein Stück dieses Kreises immer flacher und flacher, und dadurch, dass der Durchmesser des Kreises zuletzt ganz gross wird, geht der Kreis endlich über in eine gerade Linie. Die Linie hat eine Dimension, der Kreis aber hat zwei Dimensionen. Wie bekommen Sie nun wieder aus einer Dimension eine zweite? Durch Krümmung einer geraden Linie erhalten Sie wieder einen Kreis.



Wenn Sie sich nun die Kreisfläche in den Raum hineingekrümmt denken, so bekommen Sie erst mal eine Schale, und wenn Sie dies noch weiter machen, eine Kugel. So bekommt eine Linie durch Krümmung eine zweite Dimension und eine Fläche durch Krümmung eine dritte Dimension. Wenn Sie nun einen Würfel noch krümmen könnten, so müsste er in die vierte Dimension hineingekrümmt werden, und Sie hätten das [sphärische] Tesseract.

Die Kugel können Sie auffassen als ein gekrümmtes zweidimensionales Raumgebilde. Die Kugel, die in der Natur auftritt, ist die Zelle, das kleinste Lebewesen. Die Zelle begrenzt sich kugelig. Das ist der Unterschied zwischen dem Lebendigen und dem Leblosen. Das Mineral tritt als Kristall immer von ebenen Flächen begrenzt auf; das Leben ist begrenzt von kugeligen Flächen, aufgebaut aus Zellen. Das heisst, so wie ein Kristall aufgebaut ist aus geradegebogenen Kugeln, das heisst Ebenen, so ist das Leben aufgebaut aus Zellen, also aus zusammengekrümmten Kugeln. Der Unterschied zwischen Lebendigem und Totem liegt in der Art und Weise der Begrenzung. Das Oktaeder ist begrenzt von acht Dreiecken. Wenn wir uns die acht Seiten aus Kugeln zusammengesetzt denken, so würden wir ein achtgliedriges Lebendiges erhalten.

Wenn Sie gleichsam das dreidimensionale Gebilde, den Würfel, nochmals krümmen, so bekommen Sie ein vierdimensionales Gebilde, das sphärische Tesseract. Krümmen Sie aber den ganzen Raum, so erhalten Sie etwas, was sich zum dreidimensionalen Raum so verhält, wie sich die Kugel zur Ebene verhält.

Wie nun der Würfel als dreidimensionales Gebilde von Ebenen begrenzt ist, so ist überhaupt jeder Kristall von Ebenen begrenzt. Das Wesentliche eines Kristalles ist die Zusammenfügung aus [flachen] Grenz-Ebenen. Das Wesentliche des Lebendigen ist die Zusammenfügung aus gekrümmten Flächen, aus Zellen. Die Zusammenfügung eines noch Höheren würde ein solches Gebilde sein, dessen einzelne Grenzen vierdimensional sein würden. Ein dreidimensionales Gebilde ist begrenzt von zweidimensionalen Gebilden. Ein vierdimensionales Wesen, das heisst ein lebendiges Wesen, ist begrenzt von dreidimensionalen Wesen, von Kugeln und Zellen. Ein fünfdimensionales Wesen ist selbst begrenzt von vierdimensionalen Wesen, von sphärischen Tesseracten. Daraus sehen Sie, dass wir aufsteigen müssen von dreidimensionalen zu vierdimensionalen, und dann zu fünfdimensionalen Wesen.

Wir müssen uns nur fragen: Was muss eintreten bei einem Wesen, das vierdimensional ist? Es muss dabei innerhalb der dritten Dimension eine Veränderung eintreten. Mit anderen Worten: Hängen Sie hier an die Wand Bilder, so sind diese zweidimensional, sie bleiben im allgemeinen starr. Haben Sie aber Bilder, die sich in der zweiten Dimension bewegen, verändern, so müssen Sie schliessen, dass die

Ursache dieser Bewegung nur ausserhalb der Wandfläche liegen kann, dass also die dritte Raumdimension die Veränderung angibt. Finden Sie Veränderungen innerhalb der dritten Raumesdimension selbst, so müssen Sie schliessen, dass eine vierte Dimension zugrunde liegt, und damit kommen wir zu den Wesen, die eine Veränderung innerhalb ihrer drei Raumdimensionen durchmachen.

Es ist nicht wahr, dass wir eine Pflanze ganz erkannt haben, wenn wir sie nur in ihren drei Dimensionen erkannt haben. Eine Pflanze verändert sich fortwährend, und diese Veränderung ist ein wesentliches, ein höheres Merkmal derselben. Der Würfel bleibt; er ändert seine Form nur, wenn Sie ihn zerschlagen. Ein Pflanze ändert ihre Form selbst, das heisst, es gibt etwas, was die Ursache dieser Veränderung ist und was ausserhalb der dritten Dimension liegt und Ausdruck der vierten Dimension ist. Was ist das?

Sehen Sie, wenn Sie diesen Würfel jetzt haben und ihn abzeichnen, so würden Sie sich vergeblich bemühen, wenn Sie ihn in verschiedenen Momenten anders zeichnen wollten; er wird immer derselbe bleiben. Wenn Sie die Pflanze abzeichnen, und Sie vergleichen nach drei Wochen das Bild mit Ihrem Modell, so hat es sich verändert. Diese Analogie stimmt also vollständig. Alles Lebende weist auf ein Höheres hin, worin es sein wahres Wesen hat, und der Ausdruck für dieses Höhere ist die Zeit. Die Zeit ist der symptomatische Ausdruck, die Erscheinung der Lebendigkeit [aufgefasst als vierte Dimension] in den drei Dimensionen des physischen Raumes. Mit anderen Worten: Alle Wesen, für die die Zeit eine innere Bedeutung hat, sind Abbilder von vierdimensionalen Wesen. Dieser Würfel ist nach drei oder sechs Jahren immer noch derselbe. Der Lilienkeim ändert sich. Denn für ihn hat die Zeit eine reale Bedeutung. Daher ist das, was wir in der Lilie sehen, nur die dreidimensionale Abbildung des vierdimensionalen Lilienwesens. Die Zeit ist also ein Abbild, eine Projektion der vierten Dimension, der organischen Lebendigkeit, in die drei Raumdimensionen der physischen Welt.

Um sich klarzumachen, wie sich eine folgende Dimension zu der vorhergehenden verhält, bitte ich Sie, sich dieses zu denken: Der Würfel hat drei Dimensionen; wenn Sie sich die dritte vergegenwärtigen, so müssen Sie sich sagen, dass sie auf der zweiten senkrecht steht und die zweite senkrecht auf der ersten steht. Die drei Dimensionen zeichnen sich dadurch aus, dass sie senkrecht aufeinander stehen. Wir können uns aber noch eine andere Vorstellung machen, wie die dritte Dimension aus der folgenden [vierten Dimension] entsteht. Denken Sie sich, Sie würden den Würfel verändern, indem Sie die Grenzflächen farbig machen und diese Farben dann [in bestimmter Weise, wie bei Hinton] verändern.

Eine solche Veränderung lässt sich in der Tat durchführen, und sie entspricht ganz genau der Veränderung, die ein dreidimensionales Wesen erleidet, wenn es in die vierte Dimension hinübergeht, sich durch die Zeit entwickelt. Wenn Sie ein vierdimensionales Wesen in irgendeinem Punkte durchschneiden, so heisst das, dass Sie ihm die vierte Dimension nehmen, sie vernichten. Wenn Sie das bei einer Pflanze tun, so machen Sie ganz genau dasselbe, als wenn Sie von der Pflanze einen Abdruck machen, einen Gipsabguss. Das haben Sie dadurch festgehalten, dass Sie die vierte Dimension, die Zeit, vernichteten. Dann bekommen Sie ein dreidimensionales Gebilde. Wenn bei irgendeinem dreidimensionalen Wesen die vierte Dimension, die Zeit, eine wesentliche Bedeutung hat, so handelt es sich um ein lebendiges Wesen.

Nun kommen wir in die fünfte Dimension hinein. Da können Sie sich sagen, Sie müssen wiederum eine Grenze haben, die senkrecht auf der vierten Dimension steht. Von der vierten Dimension haben wir gesehen, dass sie in ähnlicher Beziehung zur dritten Dimension steht, wie die dritte zur zweiten. Von der fünften kann man sich nicht gleich ein solches Bild machen. Aber eine ungefähre Vorstellung können Sie sich wieder durch eine Analogie schaffen. Wie entsteht überhaupt eine Dimension? Wenn Sie einfach eine Linie ziehen, wird niemals eine weitere Dimension entstehen, wenn Sie die Linie nur in einer Richtung fortschieben würden. Erst durch die Vorstellung, dass Sie zwei einander entgegenkommende Kräfteerichtungen haben, die sich dann in einem Punkte stauen, erst durch den Ausdruck der Stauung haben Sie eine neue Dimension. Wir müssen also die neue Dimension als eine neue Stauungslinie [zweier Kräfteströmungen] auffassen können, und uns die eine Dimension das eine Mal von rechts, das andere Mal von links kommend denken, als positiv und negativ. Ich fasse also eine Dimension [als in sich] polaren [Kräftestrom] auf, so dass sie eine positive und eine negative Dimension[skomponente] hat, und die Neutralisation [dieser polaren Kräftekomponenten], das ist die neue Dimension.

Von da ausgehend wollen wir uns eine Vorstellung von der fünften Dimension schaffen. Da werden wir uns vorzustellen haben, dass die vierte Dimension, die wir als Zeit ausgedrückt gefunden haben, sich in positiver und negativer Weise verhält. Nehmen Sie nun zwei Wesen, für die die Zeit eine Bedeutung hat, und denken Sie sich zwei solche Wesen miteinander in Kollision geraten. Dann muss etwas als Ergebnis erscheinen, ähnlich wie wir früher von einer Stauung von [entgegengesetzten] Kräften geredet haben; und was da als Resultat auftritt, wenn zwei vierdimensionale Wesen miteinander in Beziehung treten, das ist ihre fünfte Dimension. Diese fünfte Dimension ergibt sich als Resultat, als Folge eines Austausch [einer Neutralisation polarer Kräftewirkungen], indem zwei Lebewesen durch ihr gegenseitiges Aufeinanderwirken etwas hervorbringen, was sie nicht aussen [in den drei gewöhnlichen Raumdimensionen miteinander gemeinsam] haben, auch nicht in [der vierten

Dimension,] der Zeit, gemeinsam haben, sondern völlig ausserhalb dieser [bisher besprochenen Dimensionen oder] Grenzen haben. Das ist das, was wir Mitgefühl [oder Empfindung] nennen, wodurch ein Wesen von dem andern weiss, also die Erkenntnis des [seelisch-geistigen] Innern eines anderen Wesens. Niemals könnte ein Wesen von dem anderen Wesen etwas wissen ausserhalb der Zeit [und des Raumes], wenn Sie nicht noch eine höhere, fünfte Dimension hinzufügten, [also in die Welt der] Empfindung [einträten]. Natürlich ist hier die Empfindung nur als Projektion, als Ausdruck [der fünften Dimension] in der physischen Welt [zu verstehen].

Die sechste Dimension in derselben Weise zu entwickeln, würde zu schwer werden, daher will ich sie nur angeben. [Versuchten wir so fortzuschreiten, so würde sich als Ausdruck der sechsten Dimension etwas entwickeln lassen, das,] in die dreidimensionale physische Welt hereingelegt, Selbstbewusstsein ist.

Der Mensch ist als dreidimensionales Wesen ein solches, das mit den anderen dreidimensionalen Wesen seine Bildlichkeit gemeinschaftlich hat. Die Pflanze hat dazu noch die vierte Dimension. Aus diesem Grunde werden Sie auch niemals das letzte [eigentliche] Wesen der Pflanze innerhalb der drei Dimensionen des Raumes finden, sondern Sie müssten von der Pflanze aufsteigen zu einer vierten Raumdimension [zur Astralsphäre]. Wollten Sie aber gar ein Wesen begreifen, das Empfindung hat, so müssten Sie zur fünften Dimension [zum unteren Devachan, zur Rupa-Sphäre] aufsteigen; und wollten Sie ein Wesen begreifen, das Selbstbewusstsein hat, einen Menschen, so müssten Sie bis zur sechsten Dimension [zum oberen Devachan, zur Arupa-Sphäre] aufsteigen. So ist der Mensch, wie er gegenwärtig vor uns steht, in der Tat ein sechsdimensionales Wesen. Dasjenige, was hier Empfindung oder Mitgefühl, beziehungsweise Selbstbewusstsein genannt wird, ist eine Projektion der fünften, beziehungsweise sechsten Dimension in den gewöhnlichen dreidimensionalen Raum. In diese geistigen Sphären ragt der Mensch, wenn auch in der Hauptsache unbewusst, hinein; erst dort kann er tatsächlich in dem letztangedeuteten Sinne erlebt werden. Dieses sechsdimensionale Wesen kann nur dadurch zu einer Vorstellung selbst der höheren Welten kommen, wenn es versucht, sich des eigentlich Charakteristischen der niederen Dimensionen zu entledigen.

Nur andeuten kann ich Ihnen den Grund, warum der Mensch die Welt für nur dreidimensional hält, weil er nämlich in seiner Vorstellung eben darauf angelegt ist, in der Welt nur ein Spiegelbild von Höherem zu sehen. Vor einem Spiegel sehen Sie auch nur ein Spiegelbild von sich selbst. So sind in der Tat die drei Dimensionen unseres physischen Raumes Spiegelungen, materielle Abbilder von drei höheren, ursächlich schöpferischen Dimensionen. Unsere materielle Welt hat demnach ihr polares [geistiges] Gegenbild in der Gruppe der drei nächsthöheren Dimensionen, also in denen der vierten, fünften und sechsten Dimension. Und in ähnlichem Sinne

verhalten sich auch die jenseits dieser Gruppe von Dimensionen liegenden, nur zu ahnenden geistigen Welten, polar zu denen der vierten bis sechsten Dimension.

Wenn Sie Wasser haben, und Sie lassen das Wasser gefrieren, so ist in beiden Fällen dieselbe Substanz da; in der Form aber unterscheiden sie sich ganz wesentlich. Einen ähnlichen Prozess können Sie sich für die drei höheren Dimensionen des Menschen vorstellen. Wenn Sie sich den Menschen als bloss geistiges Wesen denken, dann müssen Sie sich denken, dass er nur die drei höheren Dimensionen - Selbstbewusstsein, Gefühl und Zeit - hat, und diese drei Dimensionen spiegeln sich in der physischen Welt in deren drei gewöhnlichen Dimensionen.

Der Yogi [Geheimschüler] muss, wenn er zu einer Erkenntnis der höheren Welten aufrücken will, die Spiegelbilder nach und nach durch die Wirklichkeit ersetzen. Wenn er zum Beispiel eine Pflanze betrachtet, so muss er sich daran gewöhnen, eben die höheren Dimensionen allmählich anstelle der niederen zu setzen. Betrachtet er eine Pflanze, und ist er imstande, bei einer Pflanze von einer Raumdimension abzusehen, von einer Raumdimension zu abstrahieren, und sich dafür zunächst einmal eine entsprechende der höheren Dimensionen vorzustellen, also die Zeit, dann erhält er tatsächlich eine Vorstellung davon, was ein zweidimensionales, in Bewegung begriffenes Wesen ist. Damit dieses Wesen nicht nur ein blosses Bild ist, sondern etwas, was einer Wirklichkeit entspricht, muss der Yogi noch folgendes machen. Wenn er nämlich von der dritten Dimension absieht und die vierte hinzufügt, so würde er nur etwas Imaginäres erhalten. Durch folgende Hilfsvorstellung [kann man sich aber weiterhelfen]: Wenn wir uns von einem lebenden Wesen eine kinematographische Darstellung machen, so nehmen wir den ursprünglich dreidimensionalen Vorgängen die dritte Dimension weg, fügen aber durch die Szenenfolge der Bilder die [Dimension der] Zeit hinzu. Wenn wir dann zu dieser [bewegten] Vorstellung noch die Empfindung hinzufügen, so vollziehen wir eine ähnliche Prozedur, wie ich sie Ihnen früher als Abkrümmen eines dreidimensionalen Gebildes in die vierte Dimension hinein beschrieben habe. Durch diesen Prozess bekommen Sie dann ein vierdimensionales Gebilde, jetzt aber ein solches, das zwei von unseren Raumdimensionen hat, aber ausserdem noch zwei höhere, nämlich Zeit und Empfindung. Solche Wesen gibt es in der Tat, und diese Wesen - und damit komme ich zu einem realen Schluss der ganzen Betrachtung -, diese Wesen möchte ich Ihnen nennen.

Denken Sie sich zwei Raumdimensionen, also eine Fläche, und diese Fläche begabt mit Bewegung. Nun denken Sie sich abgebogen als Empfindung ein empfindendes Wesen, das dann eine zweidimensionale Fläche vor sich herschiebt. Ein solches Wesen muss anders wirken und sich sehr unterscheiden von einem dreidimensionalen Wesen unseres Raumes. Dieses Flächenwesen, das wir uns auf diese

Weise konstruiert haben, ist nach einer Richtung unabgeschlossen, völlig offen, es bietet Ihnen einen zweidimensionalen Anblick; Sie können nicht um es herum, es kommt auf Sie zu. Das ist ein Leuchtwesen, und das Leuchtwesen ist nichts anderes als die Unabgeschlossenheit nach einer Richtung.

Durch ein solches Wesen lernen die Eingeweihten dann andere Wesen kennen, die sie beschreiben als die göttlichen Boten, die ihnen in Feuerflammen nahen. Die Beschreibung vom Sinai, als dem Moses die zehn Gebote gegeben worden sind,<sup>55</sup> heisst nichts anderes, als dass sich ihm in der Tat ein Wesen nähern konnte, das für ihn wahrnehmbar diese Abmessungen hatte. Es wirkte auf ihn wie ein Mensch, dem man die dritte Raumdimension fortgenommen hatte, es wirkte in der Empfindung und in der Zeit.

Diese abstrakten Bilder in den religiösen Urkunden sind nicht nur äussere Sinnbilder, sondern gewaltige Wirklichkeiten, die der Mensch kennenlernen kann, wenn er das sich anzueignen imstande ist, was wir durch Analogien uns klarzumachen versuchten. Je mehr Sie sich solchen Betrachtungen von Analogien fleissig und energisch hingeben, emsig sich hineinvertiefen, desto mehr wirken Sie wirklich auf Ihren Geist, und um so mehr wirken diese [Betrachtungen] in uns und lösen höhere Fähigkeiten aus. [Dies ist etwa der Fall bei der Auseinandersetzung mit] der Analogie des Verhältnisses des Würfels zum Sechseck und des Tessarakts zum Rhombendodekaeder. Letzteres stellt eine Projektion des Tessaraktes in die dreidimensionale physische Welt dar. Wenn Sie sich diese Figuren als für sich lebend veranschaulichen, wenn Sie aus der Projektion des Würfels - dem Sechseck - den Würfel herauswachsen lassen, und ebenso aus der Projektion des Tessaraktes [dem Rhombendodekaeder] den Tessarakt selbst entstehen lassen, dann schaffen Sie sich dadurch in Ihrem niederen Mentalkörper die Möglichkeit und die Fähigkeit, das aufzufassen, was ich Ihnen eben als Gebilde beschrieben habe. Und wenn Sie, mit anderen Worten, nicht nur mir gefolgt sind, sondern diese Prozedur lebendig durchgemacht haben, wie der Yogi beim wachen Bewusstsein, dann werden Sie merken, dass Ihnen in Ihren Träumen so etwas auftreten wird, das in Wirklichkeit ein vierdimensionales Gebilde ist, und dann ist es nicht mehr weit, es herüberzuholen in das wache Bewusstsein, und Sie können dann bei jedem vierdimensionalen Wesen die vierte Dimension sehen.

Die astrale Sphäre ist die vierte Dimension.

Devachan bis Rupa ist die fünfte Dimension.

Devachan bis Arupa ist die sechste Dimension.

Diese drei Welten, die physische, astralische und himmlische [devachanische], umschliessen sechs Dimensionen. Die noch höheren Welten verhalten sich vollständig polar zu diesen.

	<i>Mineral</i>	<i>Pflanze</i>	<i>Tier</i>	<i>Mensch</i>
<i>Arupa</i>	Selbst- bewußtsein			
<i>Rupa</i>	Empfindung	Selbst- bewußtsein		
<i>Astralplan</i>	Leben	Empfindung	Selbst- bewußtsein	
<i>Physischer Plan</i>	Form	Leben	Empfindung	Selbst- bewußtsein
		Form	Leben	Empfindung
			Form	Leben
				Form

## II • 01 DER VIERDIMENSIONALE RAUM

Naturwissenschaft – GA-324a Die vierte Dimension – Mathematik und Wirklichkeit

Erzeugung von Dimensionen durch Bewegung. Übergang eines Kreises in eine Gerade. Bedeutung der neueren synthetischen projektiven Geometrie für eine sachgemässe Raumschauung. Der Raum ist in sich geschlossen. Verschlingung von geschlossenen Papierbändern als Beispiel für die Verschlingung von Dimensionen. In Wirklichkeit sind die Bewegungen von Mond und Erde um die Sonne ebenso verschlungen. Verlebendigung der Raumschauung. - Abwicklung des Würfels in die Ebene und des Tesseractes in den dreidimensionalen Raum. Projektion des Würfels in ein Sechseck und des Tesseractes in ein Rhombendodekaeder. Übergang zur Wirklichkeit. Zeit, Bewegung, Entwicklung als Ausdruck der vierten Dimension (Pflanze). Wird die Zeit selbst lebendig, so entsteht Empfindung als Ausdruck der fünften Dimension (Tier). Der Mensch ist ein sechsdimensionales Wesen.

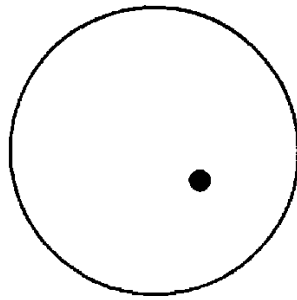
Berlin, 7. November 1905

---

Unser gewöhnlicher Raum hat drei Dimensionen: Länge, Breite und Höhe. Eine Linie ist in einer Dimension ausgedehnt, sie hat nur Länge. Die Tafel ist eine Fläche, hat also zwei Dimensionen: Länge und Breite. Ein Körper dehnt sich nach drei Dimensionen aus. Wie entsteht nun ein Körper aus drei Dimensionen?

Stellen Sie sich ein Gebilde vor, das gar keine Dimensionalität hat, das ist der Punkt. Er hat null Dimensionen. Wenn ein Punkt sich bewegt und eine Richtung einhält, so entsteht eine gerade Linie, ein eindimensionales Gebilde. Wenn Sie sich die Linie weiterbewegt denken, so entsteht eine Fläche mit Länge und Breite. Wenn Sie schliesslich die Fläche sich bewegt denken, so beschreibt sie ein dreidimensionales Gebilde. Auf diesselbe Weise können wir aber nicht mehr aus dem dreidimensionalen Körper [durch Bewegung] ein vierdimensionales Gebilde, eine vierte Dimension erzeugen. Wir müssen versuchen, uns bildlich vorzustellen, wie wir zum Begriff einer vierten Dimension kommen können. [Gewisse] Mathematiker [und Naturwissenschaftler] haben sich versucht gefühlt, die geistige Welt mit unserer sinnlichen Welt in Einklang zu bringen [, indem sie die geistige Welt in einen vierdimensionalen Raum hineinversetzten], so zum Beispiel Zöllner.

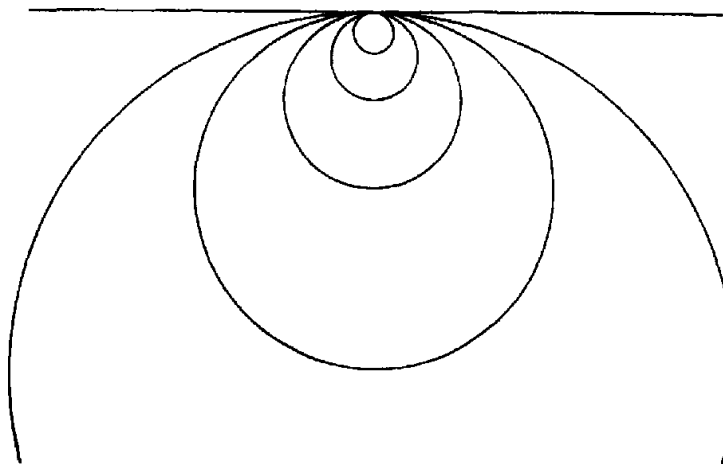




Figur 46

Denken Sie sich einen Kreis. Er ist nach allen Seiten hin in der Ebene geschlossen. Wenn jemand verlangt, dass eine Münze von ausserhalb des Kreises in den Kreis hineinkommen soll, müssen wir die Kreislinie überschreiten (Figur 46). Falls Sie aber die Kreislinie nicht berühren wollen, so müssen Sie die Münze [in den Raum] heben und dann hineinlegen. Sie müssen dabei notwendigerweise aus der zweiten in die dritte Dimension gehen. Falls wir eine Münze in einen Würfel [oder in eine Kugel] hineinzaubern wollten, so müssten wir [aus der dritten Dimension heraus und] durch die vierte Dimension hindurchgehen.

Als ich in diesem Leben zu erfassen anfing, was der Raum eigentlich ist, war es, als ich anfing, neuere [synthetische projektive] Geometrie zu studieren. Da begriff ich, was es für eine Bedeutung hat, wenn man von einem Kreise in eine Linie übergeht (Figur 47). Im intimsten Denken der Seele eröffnet sich die Welt.



Figur 47

Denken wir uns nun einen Kreis. Wenn wir die Kreislinie verfolgen, können wir auf ihr herum gehen und zu dem ursprünglichen Punkte zurückkehren. Denken wir uns nun den Kreis immer grösser und grösser werdend [wobei wir eine Tangentenlinie festhalten]. Dabei muss er zuletzt in eine gerade Linie übergehen, da er sich immer mehr verflacht. [Wenn ich die sich vergrössernden Kreise durchlaufe, so gehe ich

immer auf der einen Seite] hinunter [und komme dann auf der anderen Seite wieder] herauf und zurück zum Ausgangspunkt. [Bewege ich mich schliesslich auf der geraden Linie etwa nach rechts bis ins Unendliche, so] muss ich von der anderen [linken] Seite von der Unendlichkeit wieder zurückkehren, da die gerade Linie sich [bezüglich der Anordnung ihrer Punkte] wie ein Kreis verhält. Daraus sehen wir, dass der Raum keinen Abschluss hat [im selben Sinne, wie die gerade Linie keinen Abschluss hat, das heisst, die Anordnung ihrer Punkte ist dieselbe wie bei einem in sich geschlossenen Kreis. Entsprechend muss man sich den unendlich ausgedehnten Raum als in sich geschlossen denken, so wie die Oberfläche einer Kugel in sich geschlossen ist]. Damit haben Sie den unendlichen Raum dargestellt [im Sinne] eines Kreises, [oder] einer Kugel. Dieser Begriff führt uns dazu, den Raum vorzustellen in seiner Wirklichkeit.

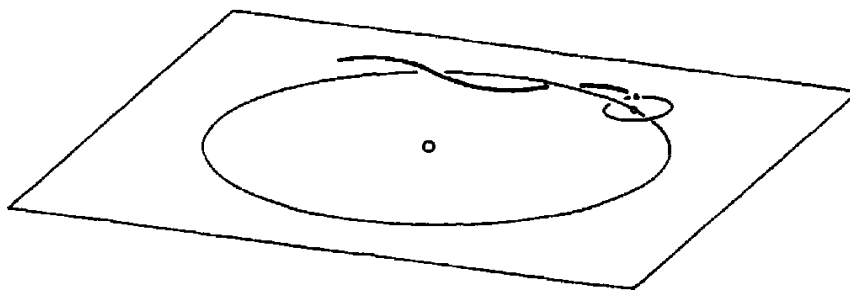
Wenn ich mir nun vorstelle, dass ich nicht einfach wesenlos [ins Unendliche] fortgehe, um dann [unverändert von der anderen Seite] zurückzukehren, sondern mir denke, ich habe hier ein ausstrahlendes Licht, so wird dieses [von einem ruhenden Punkt auf der Linie aus gesehen] immer schwächer, indem ich [mit dem Licht] fortgehe, und immer stärker, wenn ich [aus dem Unendlichen mit dem Licht wieder] zurückkehre. Und denken wir, dass dieses Licht nicht nur positiv wirkt, sondern, indem es hier sich [wieder] nähert von der anderen Seite, desto stärker leuchtet, so haben Sie [hier die Qualitäten] positiv und negativ.

Bei allen Naturwirkungen finden Sie diese zwei Pole, die nichts anderes darstellen, als die entgegengesetzten Wirkungen des Raumes. Daraus bekommen Sie den Begriff, dass der Raum etwas Kraftvolles ist, und dass die Kräfte, die darin wirken, nichts anderes sind als der Ausfluss der Kraft selbst. Dann werden wir nicht zweifeln können, dass sich innerhalb unseres dreidimensionalen Raumes eine Kraft finden könnte, die von innen wirkt. Sie werden sich klar werden, dass alles, was im Räume auftritt, auf wirklichen Verhältnissen im Räume beruht.

Denken wir zwei Dimensionen miteinander verschlungen, dann hätten wir diese zwei in Beziehung gebracht. Wenn Sie zwei [geschlossene] Ringe miteinander verschlingen wollen, müssen Sie den einen aufdröseln, um den anderen hineinzubringen. Ich werde mir nun aber die innere Mannigfaltigkeit des Raumes bezeugen, indem ich dieses Gebilde [ein rechteckiges Papierband] zweimal um sich selbst verschlinge [das heisst, das eine Ende festhalte und das andere Ende um 360° verdrehe und dann die beiden Enden zusammenhalte]. Ich hefte das Papierband fest mit Stecknadeln zusammen und zerschneide es in der Mitte. Jetzt hängt das eine Band ganz fest in dem anderen drinnen. Vorher war es nur ein Band. Ich habe also hier durch blosse Bandverschlingungen innerhalb der drei Dimensionen dasselbe er-

zeugt, was ich sonst [nur] durch Hinausgehen in die [vierte] Dimension erreichen kann.

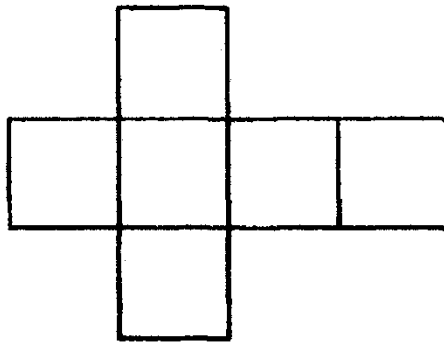
So etwas ist keine Spielerei, sondern Wirklichkeit. Wenn wir hier die Sonne haben, und hier die Erdbahn um die Sonne, und hier die Mondbahn um die Erde (Figur 48), so müssen wir uns vorstellen, dass sich die Erde um die Sonne bewegt und deshalb die Mondbahn und die Erdbahn genauso verschlungen sind [wie unsere zwei Papierbänder]. Nun hat sich der Mond [im Laufe der Erdenentwicklung] von der Erde abgezweigt. Das ist eine innere Abzweigung, die auf dieselbe Art vor sich gegangen ist [wie die Verschlingung unserer zwei Papierbänder zustande gekommen ist]. [Durch eine solche Betrachtungsweise] wird der Raum in sich lebendig.



Figur 48

Betrachten Sie nun ein Quadrat. Denken Sie es sich so [durch den Raum] bewegt, dass es einen Würfel bildet. Dann muss es in sich selbst vorwärtsschreiten.

Ein Würfel ist aus sechs Quadraten zusammengesetzt, sie bilden zusammen die Oberfläche des Würfels. Um den Würfel [in übersichtlicher Weise] zusammenzufügen, lege ich die sechs Quadrate zunächst nebeneinander [in eine Ebene] (Figur 49). Ich kriege den Würfel wieder, wenn ich diese Quadrate aufstülpe. Das sechste muss ich dann oben drauf legen, indem ich durch die dritte Dimension hindurchgehe. Dadurch habe ich nun den Würfel auseinandergelegt in zwei Dimensionen. Ich habe verwandelt ein dreidimensionales Gebilde durch Auseinanderlegen in ein zweidimensionales.



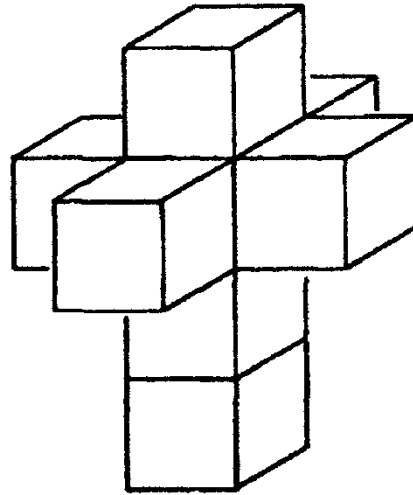
Figur 49

Denken Sie sich nun, dass die Grenzen eines Würfels Quadrate sind. Habe ich hier einen dreidimensionalen Würfel, so ist er begrenzt von zweidimensionalen Quadraten. Nehmen wir einmal bloss ein einziges Quadrat. Es ist zweidimensional und wird begrenzt von vier eindimensionalen Linien. Ich kann die vier Linien in eine einzige Dimension ausbreiten (Figur 50). Was in der einen Dimension erscheint, werde ich nun rot [ausgezogene Linie] malen und die andere Dimension blau [punktierte Linie] streichen. Jetzt kann ich, statt Länge und Breite zu sagen, von der roten und der blauen Dimension sprechen.



Figur 50

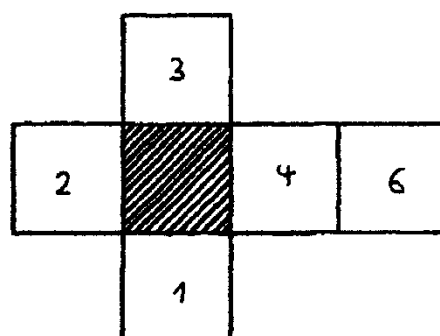
Aus sechs Quadraten kann ich den Würfel wieder zusammensetzen. Ich gehe also jetzt über von der Zahl vier [der Anzahl der Seitenlinien des Quadrates] zur Zahl sechs [der Anzahl der Seitenflächen des Würfels]. Gehe ich noch einen Schritt weiter, so komme ich von der Zahl sechs [der Anzahl der Seitenflächen des Würfels] zur Zahl acht [der Anzahl «Seitenwürfel» eines vierdimensionalen Gebildes]. Ich ordne nun die acht Würfel so an, dass dadurch im dreidimensionalen Räume das entsprechende Gebilde entsteht zu dem früher [aus sechs Quadraten aufgebauten Gebilde] in der zweidimensionalen Fläche (Figur 51).



Figur 51

Denken Sie sich, ich würde imstande sein, dieses Gebilde so umzustülpen, dass ich es richtig aufdrehe und so zusammenfüge, dass ich mit dem achten Würfel das ganze Gebilde zudecke, dann kriege ich aus den acht Würfeln ein vierdimensionales Gebilde in einem vierdimensionalen Raum. Dieses Gebilde heisst [nach Hinton] das Tesseract. Es hat als sein Grenzgebilde acht Würfel, ganz entsprechend wie der gewöhnliche Würfel als sein Grenzgebilde sechs Quadrate hat. Das [vierdimensionale] Tesseract ist also von [acht] dreidimensionalen Würfeln begrenzt.

Denken Sie sich ein Wesen, das nur in zwei Dimensionen sehen kann, und dieses Wesen würde nun die auseinandergelegten Quadrate anschauen, es würde nur die Quadrate 1, 2, 3, 4 und 6 sehen, nie aber das schraffierte Quadrat 5 in der Mitte (Figur 52). Ganz entsprechend geht es Ihnen mit dem vierdimensionalen Gebilde. [Da Sie nur dreidimensionale Objekte sehen können, so] können Sie den verborgenen Würfel in der Mitte nicht sehen.



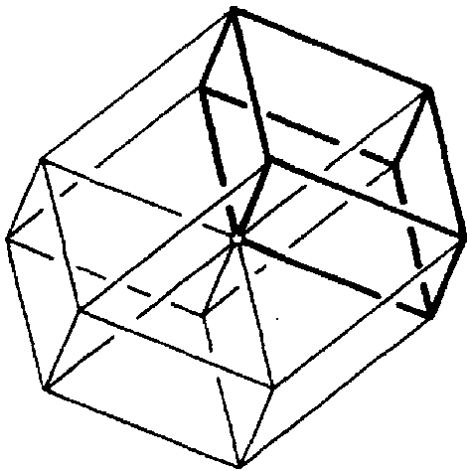
Figur 52

Denken Sie sich nun den Würfel so auf die Tafel gezeichnet [so dass als Umriss ein regelmässiges Sechseck entsteht]. Das andere ist hinten verborgen. Dies ist eine Art Schattenbild, eine Projektion des Würfels in den zweidimensionalen Raum (Figur 53). Dieses zweidimensionale Schattenbild eines dreidimensionalen Würfels besteht aus Rhomben, aus schiefen Vierecken [Parallelogramme]. Denken Sie sich den Würfel aus Draht hergestellt, so würden Sie auch die hinteren Rhomben-Vierecke sehen können. Sie haben hier also in der Projektion sechs ineinandergeschobene Rhomben- Vierecke. Auf diese Weise können Sie den ganzen Würfel hineinwerfen in den zweidimensionalen Raum.

Figur 53

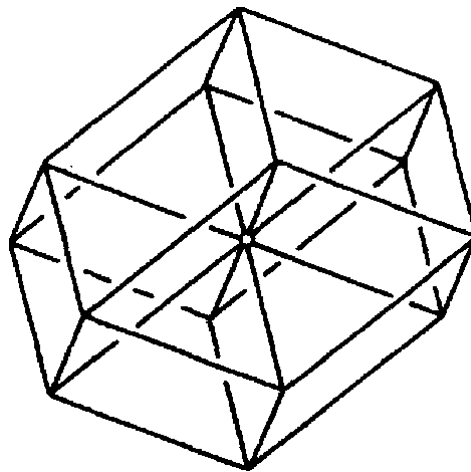


Denken Sie sich nun unser Tesseract gebildet im vierdimensionalen Raum. Wenn Sie dieses Gebilde in den dreidimensionalen Raum hineinwerfen, so müssen Sie vier [sich gegenseitig nicht durchdringende rhombisch] verschobene schiefe Würfel [Parallelepipede] kriegen. Einer dieser rhombisch verschobenen Würfel müsste so gezeichnet werden (Figur 54).



Figur 54

Acht solche verschobenen Rhomben-Würfel müssten [aber] ineinandergesteckt werden, damit man im dreidimensionalen Raum [ein vollständiges] dreidimensionales Bild des vierdimensionalen Tesseractes erhält. Damit können wir also das [vollständige] dreidimensionale Schattenbild eines solchen Tesseractes darstellen mit Hilfe von acht [geeignet] ineinander geschobenen Rhomben-Würfeln. [Als Raumgebilde ergibt sich dabei ein Rhombendodekaeder mit vier Raumdiagonalen (Figur 55). So wie bei der Rhomben-Darstellung des Würfels je drei unmittelbar benachbarte Rhomben gegenseitig verschoben ineinander zu liegen kommen, man also von den sechs Würfelflächen nur drei in der Projektion sieht, so erscheinen auch bei der Rhombendodekaeder-Darstellung des Tesseractes nur vier sich nicht gegenseitig durchdringende Rhomben-Würfel als Projektionen der acht Grenz-Würfel, da je vier der unmittelbar benachbarten Rhomben-Würfel die übrigen vier vollkommen überdecken.]



Figur 55

Den dreidimensionalen Schatten eines vierdimensionalen Körpers können wir also konstruieren, wenn auch nicht das Tesseract selbst. Im selben Sinne sind wir der Schatten von vierdimensionalen Wesen. So muss der Mensch, wenn er vom Physischen zum Astralen steigt, sein Vorstellungsvermögen ausbilden. Denken wir uns ein zweidimensionales Wesen, das sich [intensiv und wiederholt] bemüht, ein solches [dreidimensionales] Schattenbild recht lebhaft vorzustellen. Wenn es sich dann dem Traum überlässt, so quellen dann (...).

Wenn Sie sich aufbauen im Geiste das Verhältnis der dritten zur vierten Dimension, so arbeiten in Ihnen die Kräfte, die Sie in den [wirklichen, nicht den mathematischen] vierdimensionalen Raum hineinschauen lassen.

Wir werden immer ohnmächtig sein in der höheren Welt, wenn wir uns nicht hier [in der Welt des gewöhnlichen Bewusstseins] die Fähigkeiten [des Sehens in der höheren Welt] erwerben werden. So wie der Mensch im Mutterleib die Augen zum Sehen in der physisch- sinnlichen Welt ausbildet, so muss der Mensch im Mutterleib der Erde [übersinnliche] Organe ausbilden, dann wird er in der höheren Welt [als Sehender] geboren. Die Ausbildung der Augen im Mutterleib ist ein [erhellendes] Beispiel [für diesen Prozess].

Der Würfel müsste aus den Dimensionen Länge, Breite und Höhe aufgebaut werden. Das Tessarakt müsste ich aufbauen aus den Dimensionen Länge, Breite, Höhe und einer vierten Dimension.

Indem die Pflanze wächst, durchbricht sie den dreidimensionalen Raum. Jedes Wesen, das in der Zeit lebt, durchbricht die drei [gewöhnlichen] Dimensionen. Die Zeit ist die vierte Dimension. Sie steckt unsichtbar in den drei Dimensionen des gewöhnlichen Raumes darinnen. Sie können sie aber nur durch hellseherische Kraft wahrnehmen.

Ein bewegter Punkt erzeugt eine Linie; bewegt sich eine Linie, so entsteht eine Fläche; und bewegt sich ein Fläche, so entsteht der dreidimensionale Körper. Lassen wir nun den dreidimensionalen Raum sich bewegen, so haben wir Wachstum [und Entwicklung]. Sie haben dadurch den vierdimensionalen Raum, die Zeit [hineinprojiziert in den dreidimensionalen Raum als Bewegung, Wachstum, Entwicklung].

[Die geometrische Betrachtung zum Aufbau der drei gewöhnlichen Dimensionen] finden Sie fortgesetzt im wirklichen Leben. Die Zeit steht senkrecht auf den drei Dimensionen, sie ist die vierte, sie wächst. Wenn Sie die Zeit in sich lebendig machen, entsteht die Empfindung. Vermehren Sie die Zeit in sich, bewegen Sie sie in sich selbst, so haben Sie das empfindende Tierwesen, das in Wahrheit fünf Dimensionen hat. Das Menschenwesen hat in Wahrheit sechs Dimensionen.

Wir haben vier Dimensionen im Ätherbereich [Astralplan], fünf Dimensionen im Astralbereich [unteres Devachan] und sechs Dimensionen im [oberen] Devachan.

So quellen Ihnen die [geistigen] Mannigfaltigkeiten auf. Das Devachan als Schatten in den Astralraum geworfen, gibt uns den Astralkörper, der Astralraum als Schatten in den Ätherraum geworfen, gibt uns den Ätherkörper, und so weiter.

Die Zeit geht nach einer Seite, das ist das Absterben der Natur, und nach der anderen ist es das Wiederaufleben. Die zwei Punkte, wo sie ineinander übergehen, das sind Geburt und Tod.



Die Zukunft kommt uns fortwährend entgegen. Wenn das Leben bloss nach einer Richtung ginge, würde nie etwas Neues entstehen. Der Mensch hat auch Genie - das ist seine Zukunft, seine Intuitionen, die ihm entgegenströmen. Die verarbeitete Vergangenheit ist [der von der anderen Seite herkommende Strom; sie bestimmt] das Wesen [, wie es bisher geworden ist].

## II • 02 ÜBER DEN MEHRDIMENSIONALEN RAUM

Naturwissenschaft – GA-324a Die vierte Dimension – Mathematik und Wirklichkeit

Ein Mathematiker kann nur die Möglichkeit eines mehrdimensionalen Raumes erörtern. Die drei Dimensionen Länge, Breite, Höhe des Würfels. Was ist eine Fläche? Rechnerischer Übergang zu höheren Dimensionen führt nicht zur Wirklichkeit. Zahlenmässige Erfassung des Raumes führt zu Verwirrungen. Beispiel der Unendlichkeit. Zahlen haben keine Beziehung zum Raum, verhalten sich neutral zu ihm. Das wiederholte Verschwinden und Auftauchen von etwas Beobachtbarem ist ein Hinweis für *die* Existenz einer vierten Dimension. Widerlegung eines materialistischen Einwandes. Abwicklung der Grenzen von Quadrat und Würfel. Abwicklung der acht Grenzwürfel des Tesseractes.

Berlin, 22. Oktober 1908

---

Der Gegenstand, der uns heute beschäftigen soll, wird uns mancherlei Schwierigkeiten machen. Betrachten Sie den Vortrag als eine Episode; er wird ja auf Wunsch gehalten. Wenn man den Gegenstand nur formal in seiner Tiefe erfassen will, so sind einige mathematische Vorkenntnisse nötig. Wenn man ihn aber in seiner Realität erfassen will, so muss man schon sehr tief eindringen in den Okkultismus. Wir können also heute nur sehr oberflächlich davon reden, nur eine Anregung geben für diesen oder jenen.

Es ist sehr schwierig, überhaupt über die Mehrdimensionalität zu sprechen, weil man sich, wenn man in der Vorstellung sich eine Anschauung von dem machen will, was mehr als drei Dimensionen sind, sich da in abstrakten Gebieten zu ergehen hat, und da müssen die Begriffe sehr präzise und streng gefasst werden, sonst kommt man ins Bodenlose. Und dahin sind ja auch viele Freunde und Feinde gekommen.

Der Begriff des mehrdimensionalen Raumes ist ja der Mathematikerwelt gar nicht so fremd, als man gewöhnlich glaubt. Es gibt in Mathematikerkreisen schon ein Rechnen mit einer mehrdimensionalen Rechnungsart. Natürlich kann der Mathematiker nur in einem sehr begrenzten Sinn von diesem Raum sprechen, er kann nur die Möglichkeit erörtern. Ob er wirklich ist, kann nur der feststellen, der in einen mehrdimensionalen Raum hineinschauen kann. Hier haben wir es schon mit lauter Begriffen zu tun, die, wenn man sie nur genau fasst, wirklich uns Klarheit verschaffen über den Raumbegriff.

Was ist der Raum? Man sagt gewöhnlich: Um mich herum ist Raum, ich gehe im Raum herum - und so weiter. Wer eine deutlichere Vorstellung haben will, der muss schon auf einige Abstraktionen eingehen. Wir nennen den Raum, in dem wir uns bewegen, dreidimensional. Er hat eine Ausdehnung nach Höhe und Tiefe, nach rechts und links, nach vorne und hinten, er hat Länge, Breite und Höhe. Wenn wir Körper betrachten, so sind diese Körper für uns in diesem dreidimensionalen Raum ausgedehnt, sie haben für uns eine gewisse Länge, eine gewisse Breite und Höhe.

Wir müssen uns aber mit den Einzelheiten des Raumbegriffes beschäftigen, wenn wir zu einem genaueren Begriff kommen wollen. Sehen wir auf den einfachsten Körper, den Würfel. Er zeigt uns am deutlichsten, was Länge, Breite und Höhe sind. Wir finden eine Grundfläche des Würfels, die in der Länge und Breite sich gleich ist. Bewegen wir die Grundfläche in die Höhe, gerade so weit, wie die Grundfläche breit und lang ist, so bekommen Sie den Würfel, der also ein dreidimensionales Gebilde ist. An dem Würfel können wir am klarsten uns unterrichten über die Einzelheiten eines dreidimensionalen Gebildes. Wir untersuchen die Grenzen des Würfels. Diese werden überall gebildet von Flächen, die von gleich langen Seiten begrenzt werden. Sechs solcher Flächen sind vorhanden.

Was ist eine Fläche? Schon hier wird der straucheln, der nicht zu ganz scharfen Abstraktionen fähig ist. Man kann zum Beispiel die Grenzen nicht von einem Wachswürfel als feine Wachsschicht abschneiden. Man bekäme dann ja immer noch eine Schicht von gewisser Dicke, erhielte also einen Körper. Auf diese Weise kommen wir nie zur Grenze des Würfels. Die wirkliche Grenze hat nur Länge und Breite, keine Höhe. Die Dicke ist gestrichen. Wir kommen also zu dem formelhaften Satze: Die Fläche ist die Grenze [eines dreidimensionalen Gebildes], bei der eine Dimension fortfällt.

Was ist nun die Grenze der Fläche, zum Beispiel des Quadrats? Hier müssen wir wieder die äusserste Abstraktion nehmen. [Die Grenze einer Fläche] ist eine Linie, die nur eine Dimension, die Länge, hat. Die Breite ist gestrichen. Was ist die Grenze der Linie? Es ist der Punkt, er hat gar keine Dimension. Man bekommt also jedesmal die Grenze eines Gebildes, indem man eine Dimension fortlässt.

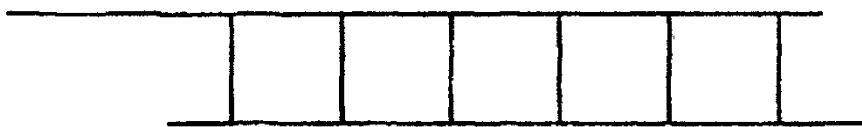
Also könnte man sich sagen, und das ist auch der Gedankengang, den viele Mathematiker gegangen sind, besonders auch Riemann, der hier das Gediegenste geleistet hat: Wir nehmen den Punkt, der gar keine, die Linie, die eine, die Fläche, die zwei, den Körper, der drei Dimensionen hat. Nun fragten sich die Mathematiker: Könnte es nicht so sein, dass man rein formal sagen könnte, man kann noch eine vierte Dimension hinzufügen? Dann müsste der [dreidimensionale] Körper die Grenze des vierdimensionalen Gebildes sein, wie die Fläche die Grenze des Körpers, die

Linie die Grenze der Fläche und der Punkt die Grenze der Linie ist. Natürlich kommt der Mathematiker dann noch weiter zu fünf-, sechs- und siebendimensionalen Gebilden und so weiter. Wir haben [sogar beliebige]  $w$ -dimensionale Gebilde [wo  $n$  eine positive ganze Zahl ist].

Nun kommt schon eine Unklarheit in die Sache, wenn wir sagen: Der Punkt hat gar keine, die Linie hat eine, die Fläche zwei, der Körper drei Dimensionen. Wir können nun einen solchen Körper, zum Beispiel einen Würfel, aus Wachs, Silber, Gold und so weiter machen. Sie sind der Materie nach verschieden. Wir machen sie gleich gross, dann nehmen sie alle den selben Raum ein. Lassen Sie nun alle Materie fort, so bleibt nur ein bestimmter Raumteil, der das Raumbild des Körpers ist, übrig. Diese Raumteile sind [alle untereinander] gleich, aus welchem Stoff der Würfel auch bestand. Diese Raumteile haben auch Länge, Breite und Höhe. Wir können uns nun diese Würfel unendlich ausgedehnt denken und kommen so zu einem unendlich ausgedehnten dreidimensionalen Raum. Der [materielle] Körper ist ja nur ein Teil davon.

Es fragt sich nun, ob wir ohne weiteres solche begrifflichen Erwägungen, die wir, vom Räume ausgehend, machen, ausdehnen können auf höhere Wirklichkeiten. Der Mathematiker rechnet bei diesen Erwägungen eigentlich nur, und zwar mit Zahlen. Nun fragt es sich, ob man das überhaupt darf. Ich will Ihnen zeigen, eine wie grosse Verwirrung schon entstehen kann, wenn man mit den Raumgrössen zahlenmässig rechnet. Warum? Ich brauche Ihnen nur eines zu sagen: Denken Sie sich, Sie haben hier eine quadratische Figur. Ich kann diese Figur, diese Fläche, nach beiden Seiten immer breiter machen und komme so zu einer Fläche, die sich unbegrenzt zwischen zwei Linien ausdehnt (Figur 56).

Figur 56



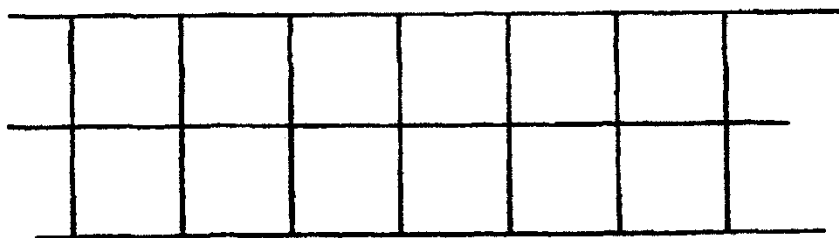
Diese Fläche ist doch unendlich gross, ist also  $\infty$ . Jetzt denken Sie sich jemand, der höre, der Flächenraum zwischen diesen beiden Linien ist unendlich [gross]. Da denkt er sich natürlich die Unendlichkeit. Sprechen Sie nun zu ihm von der Unendlichkeit, so kann er sich unter Umständen ganz falsche Vorstellungen davon bilden. Denken Sie sich, ich nehme jetzt noch unten [zu jedem Quadrat je eines dazu, also

eine weitere Quadratreihe von] unendlich vielen Quadraten, so erhalte ich eine [andere] Unendlichkeit, die genau doppelt so gross ist, wie die erstere (Figur 57). Es ergibt sich also  $\infty = 2 \cdot \infty$

Auf dieselbe Weise könnte ich bekommen:  $\infty = 3 \cdot \infty$ .

Sie können überhaupt, wenn Sie mit Zahlen rechnen, ebensogut die Unendlichkeit benutzen wie eine Endlichkeit. So wahr [es ist, dass] der Raum schon im ersten Falle unendlich war, ebenso wahr ist es, dass er nachher  $2 \cdot \infty$ ,  $3 \cdot \infty$  und so weiter ist. Wir rechnen hier also zahlenmässig.

Figur 57



Wir sehen, der [sich an die zahlenmässige Erfassung anschliessende] Begriff der Unendlichkeit des Raumes gibt uns gar keine Möglichkeit, hier tiefer [in die höheren Wirklichkeiten] einzudringen. Zahlen haben eigentlich gar keine Beziehung zum Räume, verhalten sich ganz neutral zu ihm, wie Erbsen oder irgendwelche anderen Gegenstände. Sie wissen ja nun, dass sich durch Rechnen an der Realität nichts ändert. Hat jemand drei Erbsen, so kann er daran durch die Multiplikation nichts ändern, wenn er auch richtig rechnet. [Die Rechnung]  $3 \cdot 3 = 9$  gibt noch keine neun Erbsen. Eine blosser Überlegung ändert hier nichts, und Rechnen ist eine blosser Überlegung. Ebenso wie die drei Erbsen zurückbleiben, [man in Wirklichkeit keine neun Erbsen erzeugt,] wenn auch richtig multipliziert wird, so muss der dreidimensionale Raum ebenso zurückbleiben, wenn der Mathematiker auch rechnet: zwei-, drei-, vier-, fünfdimensionaler Raum. Sie werden fühlen, dass eine solche mathematische Überlegung etwas sehr Bestechendes hat. Diese Überlegung beweist aber nur, dass der Mathematiker zwar mit einem solchen mehrdimensionalen Raum rechnen könnte; [ob es aber einen mehrdimensionalen Raum tatsächlich gibt, das heisst,] über die Gültigkeit eines solchen Begriffes [für die Wirklichkeit] kann er nichts ausmachen. Das wollen wir uns hier in aller Strenge klarmachen.

Jetzt wollen wir noch einige andere Überlegungen ins Auge fassen, die von Mathematikerseite sehr scharfsinnig, könnte man sagen, gemacht worden sind. Wir Menschen denken, hören, fühlen und so weiter im dreidimensionalen Raum. Denken wir uns einmal, dass es Wesen gäbe, die nur im zweidimensionalen Raum wahrnehmen könnten, die so organisiert wären, dass sie immer nur in der Fläche bleiben müssen, dass sie nicht aus der zweiten Dimension herauskommen könnten. Solche Wesen sind durchaus denkbar: sie können sich nur nach rechts und links [und nach hinten und vorne] bewegen [und wahrnehmen] und haben keine Ahnung davon, was oben und unten sich befindet.

Nun könnte es dem Menschen in seinem dreidimensionalen Raum auch so gehen. Er könnte nur für die drei Dimensionen organisiert sein, so dass er die vierte Dimension nur nicht wahrnehmen könnte, die aber für ihn sich ebenso hinzu ergibt, wie für die anderen die dritte sich hinzu ergibt. Nun sagen die Mathematiker, das ist durchaus denkmöglich, den Menschen als solches Wesen zu denken. Nun könnte man aber wieder sagen, das ist nun auch nur so eine Auslegung. Man könnte das gewiss sagen. Aber hier muss man doch wieder etwas genauer zu Werke gehen. So einfach wie im ersten Falle [mit der zahlenmässigen Erfassung der Unendlichkeit des Raumes] liegt die Sache hier doch nicht. Ich gebe absichtlich heute nur ganz einfache Erörterungen.

Es ist mit dieser Schlussfolgerung nicht so, wie mit der ersten rein formalen [rechnerischen] Erwägung. Wir kommen hier zu einem Punkte, wo wir einhaken können. Es ist richtig, dass es ein Wesen geben kann, das nur wahrnehmen kann, was in der Fläche sich bewegt, das keine Ahnung hat, dass es oben oder unten noch etwas gibt. Nun denken Sie sich einmal folgendes: Denken Sie sich, innerhalb der Fläche wird für das Wesen ein Punkt sichtbar, der natürlich wahrnehmbar ist, weil er in der Fläche sich befindet. Bewegt der Punkt sich nur in der Fläche, so bleibt er sichtbar, bewegt er sich aber aus der Fläche heraus, so wird er unsichtbar. Er wäre verschwunden für das Flächenwesen. Denken wir nun, der Punkt tauchte nachher wieder auf, werde also wieder sichtbar, verschwände dann wieder und so weiter. Verfolgen kann das Wesen den [aus der Fläche herausgehenden] Punkt nicht, aber sagen kann sich das Wesen: der Punkt ist inzwischen irgendwo gewesen, wo ich nicht hinschauen kann. Das Flächenwesen könnte nun ein zweifaches tun. Versetzen wir uns einmal in die Seele dieses Flächenwesens. Es könnte einmal sagen: Es gibt eine dritte Dimension, in die der Gegenstand untergetaucht ist, dann ist er nachher wieder aufgetaucht. - Oder es könnte auch sagen: Das sind ganz dumme Wesen, die von einer dritten Dimension sprechen, der Gegenstand ist [in jedem Falle] immer verschwunden, untergegangen und [jedesmal] wieder neu entstanden. - Man müsste dann doch sagen: Das Wesen sündigt gegen den Verstand. Wenn es also nicht ein fortwährendes Verschwinden und Neuentstehen annehmen will, muss

sich das Wesen doch sagen: Der Gegenstand ist irgendwo untergetaucht, verschwunden, wo ich nicht hineinschauen kann.

Ein Komet, wenn er verschwindet, geht durch den vierdimensionalen Raum.

Wir sehen hier, was wir zu der mathematischen Betrachtung hinzufügen müssen. Es müsste sich im Felde unserer Beobachtungen etwas finden, was immer auftaucht und wieder verschwindet. Dazu braucht man gar nicht hellsehend zu sein. Ware das Flächenwesen hellsehend, so brauchte es ja nicht [bloss] zu schliessen, es wüsste ja aus der Erfahrung, dass es eine dritte Dimension gibt. Ebenso ist es für den Menschen. Solange er nicht hellsehend ist, müsste er sich sagen: Ich bleibe in den drei Dimensionen; sobald ich aber etwas beobachte, das von Zeit zu Zeit verschwindet und wieder auftaucht, so bin ich berechtigt zu sagen: hier gibt es eine vierte Dimension.

Alles, was bisher gesagt worden ist, ist so unangreifbar wie nur irgend möglich. Und die Bestätigung ist so einfach, dass es dem Menschen in seinem heutigen verblendeten Zustande gar nicht einfallen wird, das zuzugeben. Die Antwort auf die Frage: Gibt es so etwas, was immer verschwindet und wieder auftaucht? - ist so leicht. Denken Sie einmal, es taucht eine Freude in Ihnen auf, und dann verschwindet sie wieder. Es ist unmöglich, dass irgend jemand, der nicht hellsehend ist, sie noch wahrnehmen wird. Nun taucht dieselbe Empfindung durch irgendein Ereignis wieder auf. Nun könnten Sie, genau wie das Flächenwesen, sich in verschiedener Weise verhalten. Entweder [Sie sagen sich,] die Empfindung ist verschwunden irgendwohin, wo ich sie nicht verfolgen kann, oder aber [Sie vertreten die Ansicht, dass] die Empfindung vergeht und immer wieder neu entsteht.

Es ist nun aber einmal wahr: jeder ins Unbewusste hingeschwundene Gedanke ist ein Beweis dafür, dass etwas verschwindet und [dann] wieder auftaucht. Gegen alles dies ist höchstens folgendes einzuwenden. Wenn Sie sich bemühen, gegen einen solchen Ihnen schon plausiblen Gedanken alles einzuwenden, was von einer materialistischen Anschauung eingewendet werden könnte, so tun Sie ganz recht. Ich will hier einmal den allerspitzfindigsten Einwand machen, alle anderen [Einwände] sind sehr leicht zu widerlegen. Man sagt sich zum Beispiel: alles wird auf rein materialistische Weise erklärt. Nun will ich Ihnen zeigen, dass ganz gut innerhalb der materiellen Vorgänge etwas verschwinden kann, was nachher wieder auftaucht. Stellen Sie sich einmal vor, irgendein Dampfkolben wirkt, stösst immer nach derselben Richtung hin. Er ist als fortschreitender Kolben wahrnehmbar, solange die Kraft wirkt. Nehmen wir nun an, ich setze entgegen einen ganz gleichen, [aber] entgegengesetzt wirkenden Kolben. Dann hebt sich die Bewegung auf, es tritt Stillstand ein. Hier verschwindet also tatsächlich die Bewegung.

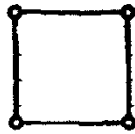
Ganz entsprechend könnte man hier sagen: Für mich ist die Empfindung von Freude nichts anderes, als dass sich etwa im Gehirn Moleküle bewegen. Solange diese Bewegung stattfindet, empfinde ich diese Freude. Nehmen wir nun an, irgend etwas anderes bewirkt im Gehirn eine entgegengesetzte Bewegung der Moleküle, so verschwindet die Freude. Nicht wahr, es könnte jemand, der nicht sehr weit ginge mit seinen Erwägungen, hierin schon einen ganz bedeutungsvollen Einwand [gegen unsere obigen Überlegungen] finden. Aber sehen wir uns einmal an, wie es mit diesem Einwand eigentlich steht. Also genau wie eine [Kolben-] Bewegung durch die entgegengesetzte [Kolbenbewegung] verschwindet, so soll die [der] Empfindung [zugrundeliegende Molekülbewegung] durch die entgegengesetzte [Molekülbewegung] ausgelöscht werden. Was geschieht nun, wenn eine Bewegung des Kolbens die andere auslöscht? Dann verschwinden eben beide Bewegungen. Die zweite Bewegung verschwindet auch sofort. Die zweite Bewegung kann die erste gar nicht auslöschen, ohne dass sie sich [dabei] selbst auslöscht. [Es resultiert ein totaler Stillstand, keinerlei Bewegung bleibt übrig.] Ja, dann kann aber niemals eine [neue] Empfindung die [schon vorhandene] Empfindung auslöschen [ohne selbst zugrunde zu gehen]. Also könnte niemals irgendeine Empfindung, die in meinem Bewusstsein ist, eine andere auslöschen [ohne dabei sich selbst auszulöschen]. Es ist also eine ganz falsche Annahme, dass [überhaupt] eine Empfindung eine andere auslöschen könnte. [Wenn das nämlich der Fall wäre, bliebe keine Empfindung übrig, es träte ein total empfindungsloser Zustand ein.]

Jetzt könnte höchstens noch gesagt werden, dass die erste Empfindung durch die zweite ins Unterbewusstsein gedrängt wird. Aber dann gibt man eben zu, dass etwas besteht, was sich unserer [unmittelbaren] Beobachtung entzieht.

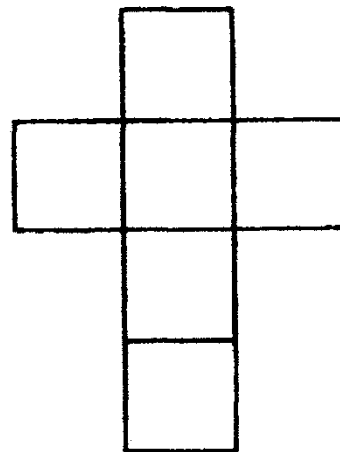
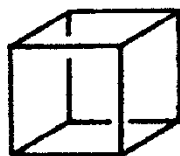
Wir haben heute gar nicht Rücksicht genommen auf irgendwelche hellseherische Beobachtungen, sondern nur von rein mathematischen Vorstellungen gesprochen. Da wir nun die Möglichkeit einer solchen vierdimensionalen Welt zugegeben haben, so fragen wir uns: Gibt es eine Möglichkeit, so etwas [Vierdimensionales] zu beobachten, ohne dass man hellsehend ist? - Ja, wir müssen dazu aber eine Art Projektion zu Hilfe nehmen. Wenn Sie ein Flächenstück haben, so können Sie es so drehen, dass das Schattenbild zur Linie wird. Ebenso können Sie von einer Linie als Schattenbild einen Punkt bekommen. Für einen [dreidimensionalen] Körper ist das Schattenbild eine [zweidimensionale] Fläche. Ebenso kann man sagen: Also ist es durchaus natürlich, wenn wir uns klar darüber sind, dass es eine vierte Dimension gibt, dass wir sagen: [Dreidimensionale] Körper sind Schattenbilder vierdimensionaler Gebilde.



Figur 58



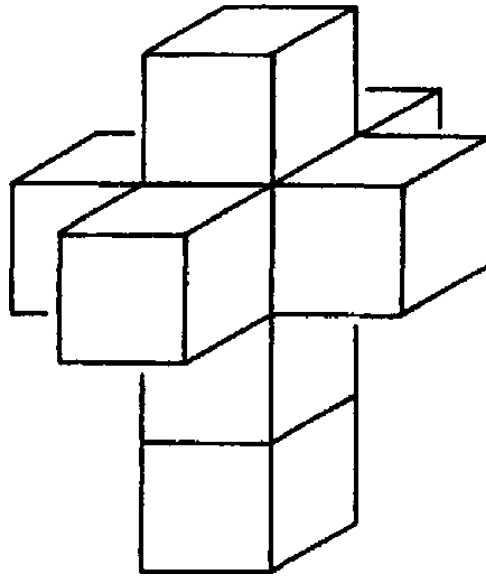
Hier sind wir [nun wieder] auf rein geometrische Weise zur Vorstellung [eines vierdimensionalen Raumes] gekommen. [Mit Hilfe der Geometrie] ist dies aber auch noch auf andere Weise möglich. Denken Sie sich ein Quadrat, das ja zwei Dimensionen hat. Denken Sie sich die vier [es begrenzenden] Linien nebeneinandergelegt [, das heisst abgewickelt], so haben Sie [die Grenzgebilde] eines zweidimensionalen Gebildes in eine Dimension auseinandergelegt (Figur 58). Gehen wir weiter. Denken Sie, wir haben eine Linie. Gehen wir ebenso vor wie bei dem Quadrat, so können wir Sie auch auseinanderlegen, und zwar in zwei Punkte [und haben damit die Grenzen eines eindimensionalen Gebildes in null Dimensionen auseinandergelegt]. Einen Würfel können Sie sich auch auseinanderlegen, und zwar in sechs Quadrate (Figur 59). Da haben wir also den Würfel hinsichtlich seiner Grenzen in Flächen auseinandergelegt, so dass wir sagen können: Eine Linie wird in zwei Punkte, eine Fläche in vier Linien, ein Würfel in sechs Flächen auseinandergelegt. Wir haben hier die Zahlenfolge zwei, vier, sechs.



Figur 59

Jetzt nehmen wir acht Würfel. Genau wie [die obigen Abwicklungen jedesmal aus] auseinandergelegten Grenzen bestehen, so bilden hier die acht Würfel das Grenzgebilde des vierdimensionalen Körpers (Figur 60). Die [Abwicklung dieser] Grenzen bildet ein Doppelkreuz, das, können wir sagen, die Grenzen des regelmäs-

sigen [vierdimensionalen] Körpers angibt. [Dieser Körper, ein vierdimensionaler Würfel, wird nach Hinton Tesseract genannt.]



Figur 60

Wir können uns also eine Vorstellung bilden von den Grenzen dieses Körpers, des Tesseracts. Wir haben hier dieselbe Vorstellung von dem vierdimensionalen Körper, wie das zweidimensionale Wesen sie haben könnte von einem Würfel, zum Beispiel durch Auseinanderlegen [das heisst Abwicklung] der Grenzen.

# Fragenbeantwortungen 1904 -1922

---

## FRAGENBEANTWORTUNG

Berlin, 1. November 1904

*Herr Schouten stellt einige Fragen über die vierte Dimension.*

Ich habe vor, über die vierte Dimension einen Vortrag zu halten und möchte dann in Anknüpfung an die Ausführungen des Herrn Schouten auch hier versuchen, eine Anschauung dieser vierten Dimension herbeizuführen. Es wird besser sein, wenn ich dann anknüpfend an das unmittelbare Experiment über die vierte Dimension spreche.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Stuttgart, 2. September 1906

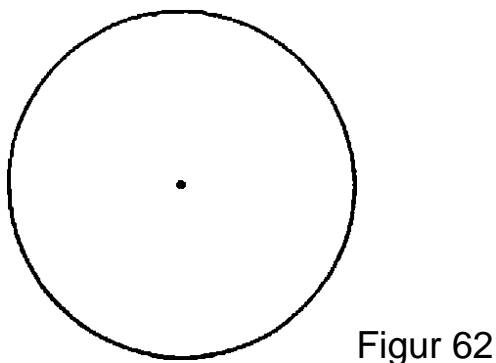
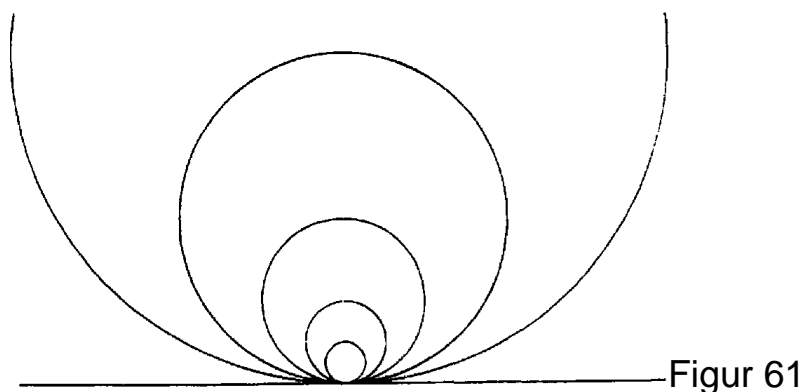
*Frage über die Arbeit des Ich.*

Es gibt eine Arbeit am Astralleib, am Ätherleib und am physischen Leib. Am Astralleib arbeitet jeder Mensch; alle sittliche Erziehung ist Arbeit am Astralleib. Selbst wenn der Mensch mit seiner Einweihung, mit der okkulten Schulung beginnt, hat er noch viel an seinem Astralleib zu arbeiten. Was bei der Einweihung beginnt, ist ein stärkeres Arbeiten am Ätherleib [durch die Pflege des] ästhetischen Genusses und der Religion. Bewusst arbeitet der Eingeweihte am Ätherleib.

Das Astralbewusstsein ist vierdimensional in einer gewissen Beziehung. Um sich eine annähernde Vorstellung davon zu machen, sei folgendes gesagt: Was tot ist, hat die Tendenz, in seinen drei Dimensionen zu bleiben. Dasjenige, was lebt, geht

fortwährend über die drei Dimensionen hinaus. Das Wachsende hat in seinen drei Dimensionen durch seine Bewegung die vierte darinnen. Bewegt sich etwas im Kreis [und wird der Kreis dabei immer grösser], so kommt man endlich doch zu einer geraden Linie (Figur 61). Wir würden aber mit [der Bewegung entlang] dieser Linie nicht mehr zu unserem Ausgangspunkt zurückkommen [können], weil unser Raum dreidimensional ist. Auf dem Astralraum, da kommt man dann zurück, weil der Astralraum von allen Seiten geschlossen ist. Es gibt keine Möglichkeit, dort ins Unendliche zu gehen.

Der physische Raum ist für die vierte Dimension offen. Höhe und Breite sind zwei Dimensionen, die dritte Dimension ist das Herausheben und Hereinbringen in die vierte [Dimension]. Eine andere Geometrie herrscht auf dem Astralraum.



## FRAGENBEANTWORTUNG

Nürnberg, 28. Juni 1908

*Frage: Da die Zeit einen Anfang genommen, liegt die Annahme nahe, dass der Raum auch begrenzt ist. Wie verhält es sich damit?*

Das ist eine sehr schwere Frage, weil bei den meisten Menschen heute die Elemente, die zum Verständnis dieser Beantwortung nötig sind, nicht entwickelt sein können. Es ist zu sagen, dass man die Antwort einfach als Mitteilung nehmen muss; es wird schon die Zeit kommen, wo der Mensch das ganz verstehen wird. Der Raum der physischen Welt mit seinen drei Dimensionen, ist, wenn er von dem Menschen [bloss] gedacht wird, ein sehr illusorischer Begriff. Man denkt sich ja gewöhnlich, dass der Raum irgendwie mit Brettern verschlagen, begrenzt sein müsste, oder, dass man ihn ins Unendliche gehend denken muss.

Diese zwei Begriffe [die Unendlichkeit und die Endlichkeit oder Begrenztheit des Raumes] hat Kant aufgestellt und hat gezeigt, dass man etwas für und etwas wider diese zwei Begriffe vorbringen kann.<sup>4</sup>

Man kann aber nicht so einfach urteilen. Da ja alles Materielle im Räume ist, und alles Materielle eine Verdichtung im Geiste ist, so wird schon klar, dass man über den Raum nur Klarheit haben kann, wenn man von der gewöhnlichen physischen Welt ins Astrale aufrückt.

Damit ist etwas sehr Sonderbares verbunden, was unsere Mathematiker, die keine Hellseher sind, schon geahnt haben. Nämlich: denken wir uns eine Gerade im Raum, so erscheint es, als würde diese Gerade, wenn man sie in unserem Räume zieht, nach beiden Richtungen hin, nach jeder der beiden Richtungen hin ins Unendliche gehen. Sobald man diese Linie ins Astrale verfolgt, so würde man sehen, dass sie im Astralen gekrümmt ist, und dass man, wenn man nach der einen Seite hin fortläuft, auf der anderen wieder zurückkommt, so wie wenn man einen Kreis durchläuft.

Wenn man den Kreis immer grösser macht, so wird die Zeit, die man zum Durchlaufen braucht, die zum Durchlaufen nötig ist, immer grösser werden; endlich wird ein Stück des Kreises schon nahekommen einer Geraden, wenn man einen solchen

Riesenkreis durchlaufen wollte. Und so findet man, dass es doch ein sehr Geringes ist von der sehr flachen Kreislinie bis zur Geraden.

Im physischen Plan ist es unmöglich, wieder zurückzukommen; im Astralischen würde man auf der anderen Seite wirklich wieder zurückkommen, weil nämlich der Raum, insofern er in seinen Richtungen im Physischen gerade ist, im Astralen gekrümmt ist, und man hat also mit ganz anderen Raumverhältnissen es zu tun, wenn man ins Astralische kommt.<sup>6</sup>

Es erweist sich so, dass man sagen kann: Es ist der Raum also nicht das illusorische Gebilde, sondern er ist eine in sich geschlossene Sphäre.<sup>7</sup> Und das, was dem Menschen erscheint als der physische Raum, ist nur eine Art (...) und ein Abdruck für den in sich geschlossenen Raum.

So kann man also nicht sagen, dass der Raum irgendwo mit Brettern verschlagen ist, sondern: der Raum ist in sich geschlossen; denn man kommt immer wieder zum Ausgangspunkt zurück.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Düsseldorf, 21. April 1909

*Frage: Hat man sich die geistigen Hierarchien mit dem Begriff der Räumlichkeit vorzustellen, da doch bei ihnen von Herrschaftsgebieten gesprochen wird?*

Vom Menschen können wir sagen, es lebt sich die Wesenheit dieses Menschen innerhalb des Raumes aus. Den Raum selber muss man sich aber, okkult gedacht, auch als etwas schaffend Erzeugtes vorstellen. Diese Erschaffung liegt vor den Arbeiten und Wirkungen der höchsten Hierarchien; wir werden den Raum also voraussetzen dürfen. Nicht räumlich vorstellen aber dürfen wir uns die höchste Trinität, denn der Raum ist auch ihr Erzeugnis. Die [geistigen] Wesenheiten haben wir uns aber ohne den Raum vorzustellen; der Raum ist etwas Geschaffenes. Aber die Wirkungen der Hierarchien in unserer Welt sind räumlich begrenzt, wie die des Menschen. Das, was innerhalb des Raumes sich bewegt, sind die anderen Hierarchien.

*Frage: Ist die Zeit anwendbar auf geistige Vorgänge?*

Gewiss; aber die höchsten geistigen Vorgänge beim Menschen führen zu dem Begriff, dass sie zeitlos verlaufen. Die Tätigkeiten der Hierarchien sind zeitlos. - Von Zeit-Entstehen ist schwer zu reden: in dem Worte «entstehen» ist schon der Begriff der Zeit enthalten; man müsste eher sagen: das *Wesen* der Zeit - und darüber ist nicht so leicht zu sprechen. Es gäbe keine Zeit, wenn alle Wesen auf gleicher Entwicklungsstufe stehen würden. Durch das Zusammenwirken einer Summe niederer und einer Summe höherer Wesen entsteht Zeit. Im Zeitlosen sind verschiedene Entwicklungsgrade möglich; durch ihr Zusammenspiel wird Zeit möglich.

*Frage: Was ist der Raum?*

Man muss sich die Trinität vorstellen ohne den Raum, denn das Erzeugnis dieser Trinität ist schon der Raum. Er ist als solcher etwas Geschaffenes. Er gehört unserer Welt an.

Der Raum hat erst eine Bedeutung für dasjenige, was sich innerhalb des Erden-daseins entwickelt. Zwischen Geburt und Tod ist der Mensch in Raum und Zeit abgeschlossen vom Geistigen, gerade so, wie der Wurm unter der Erde.

Zeit - die höchsten Zustände des Menschen sind zeitlos. Über den Begriff der Zeitentstehung, über das Wesen der Zeit überhaupt ist nicht leicht zu sprechen. Subtile Dinge kommen da in Betracht. Zeit hat erst eine Bedeutung seit der Lostrennung des alten Mondes von der Sonne. Alles Äussere ist im Raum, alles Innerliche verläuft in der Zeit. Beide grenzen uns ein.

Es gäbe keine Zeit, wenn alle Wesen in der Welt auf gleicher Entwicklungsstufe stünden. In der Zeitlosigkeit kann man sich Entwicklungsgrade gleicher Art denken. Dadurch, dass sie verschieden werden, entsteht der Begriff der Zeit und dadurch, dass viele Entwicklungsgrade zusammenspielen.

Entwicklung ist auch bei der Gottheit vorhanden. Beim Fortgang der Entwicklung entwickelt sich sogar der Begriff der Entwicklung selber.

## FRAGENBEANTWORTUNG

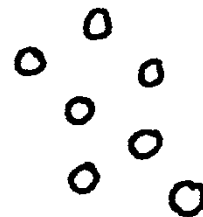
Düsseldorf, 22. April 1909

Man kann eine Vorstellung vom dreidimensionalen Raum haben. In der Platonischen Schule ist ein wichtiger Lehrsatz: Gott geometrisiert. 8 Geometrische Grundbegriffe wecken hellseherische Fähigkeiten. 9 In der Geometrie der Lage wird bewiesen, dass überall im Umkreis derselbe Punkt ist: der unendlich ferne Punkt rechts ist derselbe wie der Ausgangspunkt links. Das heisst: letzten Endes ist die Welt eine Kugel, man kommt an den Ausgangspunkt zurück. 10 Wenn ich geometrische Lehrsätze nehme, gehen sie über in Grenzbegriffe. 11 Der dreidimensionale Raum erreicht seinen Punkt wieder. Deshalb wirkt im Astralen Punkt *A* auf Punkt *B* ohne Verbindung. 12

Man führt den Materialismus in die Theosophie ein, wenn man, um ins Geistige zu gelangen, annimmt, dass die Materie immer dünner und dünner wird. Dadurch kommt man nicht ins Geistige, sondern durch solche Vorstellungen wie Punkt *A* - Punkt *B* kommt man auf Vorstellungen der vierten Dimension.

Als Beispiel können wir uns die Gallwespe<sup>13</sup> mit der dünnen Taille denken (Figur 63), wenn die [physische] Verbindung in der Mitte nicht da wäre und die zwei Teile bewegten sich miteinander, nur durch [astrale] Wirkung verbunden. Dehnen Sie den Begriff aus: Viele Wirkungsgebiete (Figur 64) im mehrdimensionalen Raum.

Figur 63  
und 64





## FRAGENBEANTWORTUNG Berlin,

2. November 1910

*Die Formulierung der Frage ist nicht erhalten.*

Die Pflanze hat vier Dimensionen; in der Richtung der vierten Dimension wirkt von unten nach oben eine Kraft, die der Schwerkraft entgegengesetzt ist; dadurch können die Säfte in der Pflanze emporsteigen. Die Blätter verhalten sich gleichgültig in bezug auf die zwei horizontalen Richtungen; dieses, kombiniert mit der aufsteigenden Richtung, gibt die spiralige Anordnung der Blätter. Bei der Pflanze wird also die Richtung nach unten, diejenige der Schwerkraft, aufgehoben durch die vierte Dimension. [Dadurch kann sich die Pflanze in einer Raumesrichtung frei bewegen.]

[Das Tier hat fünf Dimensionen. Dabei sind die vierte und die fünfte Dimension zwei der übrigen Dimensionen entgegengesetzt.] Beim Tier sind [demzufolge] zwei Dimensionen aufgehoben, daher kann es sich in zwei Richtungen frei bewegen.

[Der Mensch ist ein sechsdimensionales Wesen. Dabei sind die vierte bis sechste Dimension den übrigen drei Dimensionen entgegengesetzt. Folglich sind bei ihm drei Dimensionen aufgehoben.] Der Mensch hat [folglich] drei [Raum-]Dimensionen, er kann sich in drei Richtungen bewegen.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Basel, 1. Oktober 1911

Frage: Was ist Elektrizität?

Elektrizität ist Licht in untermateriellem Zustand. Da ist das Licht in der schwersten Weise zusammengepresst. Dem Licht muss man auch Innerlichkeit zusprechen, es ist in jedem Punkte es selbst. Wärme kann sich in drei Richtungen des Raumes

ausdehnen, beim Licht müssen wir von einer vierten sprechen. Es ist vierfach ausgedehnt; es hat Innerlichkeit als viertes.<sup>15</sup>

## FRAGENBEANTWORTUNG

München, 25. November 1912

*Frage: Ist auf geisteswissenschaftlichem Wege etwas über die vierte und höhere Dimensionen erreicht worden?*

Dies ist nicht leicht zum Verständnis zu bringen. Der Mensch geht aus von dem, was er weiss aus der physisch-sinnlichen Welt, und darin hat der Raum seine drei Dimensionen. Der Mathematiker bildet sich, wenigstens theoretisch, Vorstellungen über eine vierte und höhere Dimensionen, indem er Vorstellungen vom dreidimensionalen Raum analytisch erweitern kann, durch veränderliche Grössen, - und dadurch zunächst im mathematischen Denken von höheren Mannigfaltigkeiten sprechen kann.

Wenn jemand vertraut ist mit diesen Sachen, das heisst, wer mit dem Herzen dabei ist, und zugleich mit der Mathematik vertraut, für den ergibt sich vieles. Es sei hingewiesen auf Simony in Wien.

Zunächst ist das nur in der Vorstellung; die Anschauung kommt, wenn man eben in die geistige Welt eintritt. Da besteht die reale Notwendigkeit, sich gleich in mehr als drei Dimensionen hineinzufinden. Denn alles, was bildhaft vorgestellt wird, also noch mit dem inneren Charakteristikum der drei Dimensionen, das ist nichts anderes als ein Spiegelbild der eigenen Seelenvorgänge. Denn in den höheren Welten sind ganz andere Raumverhältnisse, wenn man sie überhaupt noch Raumverhältnisse nennen will.

Ebenso in bezug auf die Zeit. Das sollten vor allem diejenigen berücksichtigen, welche immer sagen - und man erlebt ja solche vortrefflichen Einwände gar viele, welche immer sagen: Was gibt denn eine Sicherheit, dass dies nicht alles Halluzinationen sind, was da behauptet wird?

Dass man überhaupt auf dem Gebiet der Geisteswissenschaft mit Dingen arbeitet, die ganz etwas anderes sind als Halluzinationen, das wird nicht berücksichtigt. Diese Frage gibt Gelegenheit, das im Vortrage Gesagte zu ergänzen - denn man kann natürlich darin nicht alles sagen, und der Vortrag hat heute schon sehr lange gedauert -, nämlich: hinzuweisen auf die Umänderung, welche die Dinge in bezug auf Zeit und Raum erfahren, wenn sie in die geistige Welt kommen.

Wenn die Bilder, die man hinuntergeschickt hat in den Orkus gleichsam, wenn diese wieder zurückkommen, so hat das, was da zurückkommt, dann überhaupt nur einen Sinn, wenn man es mehrdimensional anspricht. Das ist einem dann aber so natürlich und selbstverständlich wie das Dreidimensionale in der sinnlichen Welt. Darum passt eben die gewöhnliche Geometrie nicht für die Dinge der geistigen Welt.

Für die Mathematiker muss gesagt werden, dass die Spekulationen über die vierte Dimension anfangen, dann realen Wert zu haben. Gewöhnlich [werden höherdimensionale Räume] aber nur als Verallgemeinerung [des dreidimensionalen euklidischen Anschauungsraumes erschlossen, und] nicht aus der Realität heraus [entwickelt], der diese [erschlossenen Räume] nicht ganz entsprechen. Man muss dann eigentlich eine noch bessere Mathematik haben, wenn man etwa rechnen wollte in den Dingen, mit denen der Geistesforscher zu tun hat.

Aber hier auf diese Frage ist eben doch mit Ja zu antworten. Korrelationen zu einer übersinnlichen Welt, auch Unendlichkeitsvorstellungen, die in der Mathematik herrschen, werden zur Wirklichkeit, nämlich Dinge aus dem Grenzgebiet der Mathematik. Zum Beispiel weiss ich aus eigener Erfahrung, dass ich wie ein plötzliches Aufleuchten Einsicht in eine ausserordentlich wichtige Eigenschaft des Astralraumes damals hatte, als ich - vor jetzt vielen Jahren - auf der Hochschule mit neuerer [synthetischer projektiver] Geometrie, wie man sie damals kannte, und analytischer Mechanik beschäftigt war.

Verhältnis zum Begriff, dass der unendliche Fernpunkt links identisch ist mit dem unendlichen Fernpunkt rechts auf einer unendlich [ausgedehnten] Geraden. Dass eine Gerade [bezüglich der Anordnung ihrer Punkte] in Wirklichkeit ein Kreis ist, - dass, wenn man nur nicht die Puste verliert und genügend lange der Geraden entlangläuft, man wieder auf der anderen Seite zurückkommt.

Dieses kann man nur einsehen, aber [man sollte] nicht Schlüsse daraus ziehen; Schlüsse führen zu nichts in der geistigen Forschung. Man muss die Dinge auf sich wirken lassen, das führt in die Erkenntnis der übersinnlichen Welt.

Wie überhaupt das Mathematische nicht überschätzt werden soll, wenn es sich um die übersinnliche Welt handelt. Zwar nützt das Mathematische nur formal, es ist keine Möglichkeit, zur Realität zu kommen; aber das Mathematische kann eingesehen werden bloss durch Kräfte innerhalb der Seele selber und gilt für jeden anderen Menschen. Dies hat sie mit der Geisteswissenschaft gemeinsam.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Berlin, 13. Februar 1913

*Frage: Stützt sich der Goldene Schnitt auf okkulte Gesetze?*

Der Goldene Schnitt stützt sich, da er auf der Wirkung dessen beruht, was im Räume da ist, auf ein okkultes Gesetz, von dem Goethe sagte, dass das Verborgenste das Offenbarste ist, und umgekehrt, nämlich das Gesetz, das mit unserer menschlichen Konstitution innig zusammenhängt: das Gesetz der Wiederholung und der variirten Wiederholung.

Man sehe zum Beispiel die Buddha-Literatur an, da ist immer dasselbe wiederholt, nur ein wenig variirt. Das darf man nicht weglassen, denn es kommt nicht nur auf den Inhalt an.

Bei dem Goldenen Schnitt [handelt es sich] nicht nur [um] eine Wiederholung bloss, sondern [um] ein Wiederfinden innerhalb der Sache selber, da man eigentlich nur drei Glieder hat. Dieses In-sich-geschlossen-Sein einer Wiederholung, die aber nicht in sich selbst gestaltet ist, das ist der Grund, warum der Goldene Schnitt so sympathisch auf uns wirkt.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Berlin, 27. November 1913

*Frage: Hat der Mensch zwischen Tod und neuer Geburt die selbe Empfindung von der Zeit wie der verkörperte Mensch?*

Darauf wird in meinem Vortrag vom 19. März [1914] über das Thema «Zwischen Tod und Wiedergeburt des Menschen» einiges zu sagen sein. Für heute kann gesagt werden: Das Leben nach dem Tode bedeutet ein Hinausgehen aus den Verhältnissen der sinnlich-physischen Welt und ein Hineinkommen in ganz andere Raumes- und Zeitverhältnisse.

In der Relativitätstheorie beginnt man ja jetzt schon andere Zeitbegriffe zu entwickeln. Es kann gesagt werden: Von den Faktoren in der Bewegungsformel kann man nur dadurch übergehen in die Verhältnisse der geistigen Welt, dass man sie verwendet in der Form:

$$c = \frac{s}{t} .$$

Denn  $s$  und  $t$  sind so, wie man sie kennt, etwas, was zu der sinnlichen Welt als solcher gehört, während  $c$ , oder  $v$  gleich *velocitas*, eigentlich ein Faktor ist, der zu dem Gebiete des inneren Erlebens gehört, sogar bei einem anorganischen Körper. So dass man, wenn man die Zeit in der geistigen Welt zu begreifen begehrt, zuerst sprechen muss von einem Quantum Geschwindigkeit, das das betreffende Wesen hat, und dann kann man als Aussenstehender durch Vergleichen etwas herausbekommen über das Verhältnis der Zeit. So kann man zum Beispiel finden, durch eine Art Vergleich, dass in dem Kamaloka-Leben die Geschwindigkeit dreimal so gross ist. [Durch solche Untersuchungen] bekommt man einen Eindruck, wie das Verhältnis ist zu der Zeit im geistigen und im sinnlichen Leben.

Es herrschen in der geistigen Welt andere Zeit-Prinzipien, die gegenüber denjenigen der sinnlichen Welt innerlich-veränderlich sind. Die Zeit, die man dort erlebt, ist abhängig von den inneren Entwicklungsvorgängen und ist daher nicht eindeutig mathematisch zu vergleichen mit einem Zeitraum in der physischen Welt.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Stuttgart, 1919

*Die Formulierung der Frage ist nicht erhalten.*

Die *Mathematik* ist die abstrahierte Summe der im Raum wirkenden Kräfte. Wenn man sagt: die mathematischen Sätze gelten apriorisch, so beruht das darauf, dass der Mensch in denselben Kraftlinien darinnen ist wie die anderen Wesen und dass er abstrahieren kann von allem andern, was nicht Raumes - etc. *Schema* ist.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Stuttgart, 7. März 1920

*Erste Frage: Ist das Gesetz der absoluten Lichtausbreitung richtig?*

*Zweite Frage: Liegt der von Einstein angenommenen Relativität der Zeit eine Realität zugrunde?*

Ob das Licht sich im absoluten Raum mit derselben konstanten Geschwindigkeit fortpflanzt, das wäre Ihre erste Voraussetzung gewesen.

Nun, nicht wahr, wir können nicht gut überhaupt sprechen von der Fortpflanzung des Lichtes im absoluten Raum, weil es keinen absoluten Raum gibt. Was haben wir denn eigentlich für eine Grundlage, vom absoluten Raum zu sprechen? Sie sagten mit Recht: Sie nehmen die Fortpflanzung des Lichtes unendlich gross an und leiten die tatsächliche Fortpflanzung des Lichtes vom Widerstand des Mediums ab.

Nun frage ich Sie: Ist es nach Ihrer Ansicht überhaupt möglich, in demselben Sinne von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu sprechen wie von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit irgendeines anderen Körpers?

*Hermann von Baravalle: Ganz gewiss nicht.*

In dem Augenblick, wo man nicht das Licht hypothetisch mit irgendeinem anderen Körper identifiziert, sind Sie ja nicht imstande, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes überhaupt in der gleichen Weise zu messen wie die eines anderen Körpers. Denn nehmen wir an: Wenn ein gewöhnlicher Körper, ein materieller Körper, mit einer gewissen Geschwindigkeit durch den Raum fliegt, so ist er in einem Zeit- augenblick an einem bestimmten Orte, und die ganze Messmethode beruht darauf, dass ich zur Messung der Geschwindigkeit ins Auge fasse den Unterschied der Ort- sentfernung von dem Ausgangspunkte in zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten. Diese Messmethode ist nur so lange möglich, als tatsächlich vollständig der sich bewegende materielle Körper den Linienraum verlässt, auf dem er sich weiterbe- wegt. Nehmen wir an, er verlässt ihn nicht, sondern er lässt eine Spur zurück. In dem Augenblick ist es unmöglich, diese Messmethode anzuwenden, denn da habe ich keine Möglichkeit - wenn also der Raum, den der Körper durchmessen hat, nicht von ihm verlassen wird, sondern angefüllt bleibt liniengemäss -, dann habe ich keine Möglichkeit, diese Messmethode durchzuführen. Nicht aus dem Grunde, weil man nicht die Unterschiede messen kann, sondern weil fortdauernd die nachschiebende Geschwindigkeit modifiziert dasjenige, was weitergeschoben ist; und ich habe keine Möglichkeit mehr, meine gewöhnliche Messmethode dann anzuwenden, wenn ich es nicht mit einer Materie, die den Ort hinter sich verlässt, zu tun habe, sondern mit einer Entität, die den Ort nicht vollständig verlässt, sondern Spuren zurücklässt. So dass wir in demselben Sinne von einem Fortgang der Lichtgeschwindigkeit nicht sprechen können, denn wir können nicht [in derselben Weise wie beim materiellen Körper] die Formel aufstellen vom Unterschiede der Ortsdifferenz, der ja eine Grundlage gibt für die Geschwindigkeit.

Auf diese Weise kommt man dazu, in die Notwendigkeit versetzt zu sein, dass man überhaupt nicht mehr bei der Ausbreitung des Lichtes von etwas anderem sprechen kann, als eigentlich von der Geschwindigkeit des äussersten Lichtniveaus. Spricht man aber von der Geschwindigkeit des Lichtniveaus, dann wäre man genö- tigt, bei der Messung der Geschwindigkeit des Lichtes fortwährend zurückzugehen auf den Ursprung der Lichtverbreitung. Man würde zum Beispiel bei der Sonne in die Notwendigkeit versetzt sein, an den Ursprung der Lichtverbreitung zu gehen. Man müsste anfangen mit der Messung, wo die Lichtverbreitung angefangen hat, und man müsste eine hypothetische Voraussetzung machen, dass sich das Licht immer mehr und mehr fortpflanze. Dies ist [aber] auch nicht gerechtfertigt, denn in dem Augenblick, wo die Niveaufläche, in der sich das Licht ausbreitet, nicht einfach immer grösser und grösser wird, sondern einem gewissen Elastizitätsgesetz unter-

liegt [in der Art], dass, wenn sie eine bestimmte Grösse erreicht hat, sie wieder in sich zurückkehrt, dann habe ich es nicht zu tun mit einem einfachen Sichausbreiten des Lichtes, sondern mit einem solchen [In-sich-Zurückkehren] in dieselben Bahnen, mit einem Wiederrückkehren des Lichtes. Ich habe es also fortdauernd nicht bloss zu tun an einem Orte, den ich nun annehme in einem lichterfüllten Raum, mit etwas, was sich von einem Punkte [aus] bis zu einem anderen hin ausbreitet, sondern mit einem Begegnen zweier Entitäten, von denen die eine vom Zentrum, die andere von der Peripherie her kommt, so dass ich nicht anders kann, als die Grundfrage aufzustellen: Habe ich es denn, wenn ich die Lichtausbreitung ins Auge fasse, zu tun überhaupt mit Geschwindigkeiten im gewöhnlichen Sinne?

Ich weiss nicht, ob ich verstanden worden bin.

Ich habe es nicht zu tun mit Geschwindigkeitsausbreitungen im gewöhnlichen Sinne, und ich muss eigentlich, indem ich von gewöhnlichen Geschwindigkeiten zu Lichtgeschwindigkeiten übergehe, Formeln finden, welche eventuell ausgehen von den Elastizitätsformeln, von einem System, wenn ich es bildlich ausdrücken will, durch materielle Bewegung, wie sich gegenseitig zueinander elastisch verhaltende Raumteile in einem geschlossenen elastischen System, das eine bestimmte Sphä-  
rengrenze hat, [verhalten].

Ich darf also eigentlich nicht diese [gewöhnliche] Formel benützen, wenn ich zum Licht übergehen will. Ich sehe daher den einen Fehler, der bei Einstein zugrunde liegt, darin, dass er die gewöhnlichen mechanischen Formeln - denn solche sind es doch - auf die Ausbreitung des Lichtes anwendet und hypothetisch voraussetzt, dass das sich ausbreitende Licht gemessen werden kann wie irgendein anderer durch den Raum fliegender [materieller] Körper. Er berücksichtigt nicht, dass das sich ausbreitende Licht keine fortfliegenden [materiellen] Weltteilchen sind, sondern etwas, wo etwas im Räume geschieht, wo eine Spur zurückgelassen wird mit dem Effekte des Leuchtens, so dass ich, wenn ich messe (... Zeichnung), [nicht] einfach [so] zu messen habe, [wie] wenn der Körper bis hierher kommt und nichts zurücklässt. Wenn das Licht sich aber ausbreitet, ist eine fortwährende Spur hier, und ich kann nicht sprechen davon, dass es sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit fortpflanzt, sondern nur die Niveaufläche [pflanzt sich fort]. Das ist es, worauf es ankommt. Ich habe es also zu tun mit einer gewissen Entität in dem Räume, die einmal in Anspruch genommen ist von dem Sichausbreitenden.

Und dann der andere Fehler - er hängt eigentlich mit dem [ersten Fehler] zusammen -, ich sehe ihn darin, dass Einstein einfach die Prinzipien, die anwendbar sind auf ein mechanisches System sich zueinander bewegender Punkte, anwendet auf das ganze Weltsystem. Dabei ist ausser acht gelassen, dass das ganze Weltsystem



nicht sein könnte ein blosses System, das man bekommt, wenn man summiert mechanische Vorgänge. Wenn das Weltsystem zum Beispiel ein Organismus wäre, so dürfte ich nicht mechanische Vorgänge annehmen. Wenn ich einen mechanischen Vorgang in meiner Hand vor sich gehen lasse, wird er im wesentlichen nicht bloss von dem geschlossenen mechanischen System bestimmt, sondern es wird gleich die Reaktion des ganzen Organismus beginnen. Es ist die Frage, ob ich, wenn ich übergehe zu den Lichtbewegungen, ohne weiteres die eine Formel für die andere benutzen darf; ob nicht da auftritt eben die Reaktion des ganzen Weltsystems. Und ein Weltsystem ohne Licht kann ich noch weniger denken, ohne dass da auftritt die Reaktion des ganzen Weltsystems, die wesentlich anders verläuft, als die Geschwindigkeiten in einem mechanischen geschlossenen System.

Mir scheint, dass dies [die] zwei prinzipiellen Fehler [sind], die Einstein macht. Ich habe mich nur vorübergehend mit der Einsteinschen Theorie beschäftigt; wir wissen ja alle, dass durchaus mathematische Ableitungen [zusammenstimmen können mit empirischen Resultaten. Also das [Zusammenstimmen zum Beispiel vorbeigangenen Sternenlichtes an der Sonne [mit den theoretischen Voraussagen], das würde eine endgültige Verifikation der Einsteinschen Theorie nicht sein.

Weil diese beiden prinzipiellen Dinge aber zugrunde liegen, kommt es, dass Einstein eben zu einer so paradoxen, abstrakten Denkweise immer kommt. Es ist geradezu schon etwas ähnlich wie das Beispiel, das Sie vorhin angewendet haben aus Wilhelm Busch, wo die Hand mit Wucht ausholt und man ein bisschen das Gefühl hat, man kriegt eine Ohrfeige. Es ist schon so etwas, wenn Einstein ableitet seine Gedanken, von der Art und Weise, was geschehen würde, wenn zum Beispiel eine Uhr mit Lichtgeschwindigkeit fortfliegt und wieder zurückkommt. Eine Uhr, die mit Lichtgeschwindigkeit fortfliegt und wieder zurückkommt - ich möchte wissen, ob das ein realer Gedanke ist. Einen solchen Gedanken kann ich nicht vollziehen, weil in dem Augenblick, wo ich mir das denke, - nun, komme ich darauf, was dann aus der Uhr wird? Ich kann den Gedanken absolut nicht vollziehen. Wenn man mit seinen Gedanken in der Realität drinnenzubleiben gewohnt ist, kann man solche Gedanken nicht vollziehen. Und an den Stellen, wo Einstein auf solche Gedanken kommt, zeigt es sich bei ihm, dass er auf so prinzipiellen Fehlern fusst, wie diejenigen, die ich jetzt besprochen habe.

Das ist es, was ich zunächst bemerken möchte. Jetzt würde es sich handeln um die Zeit. Es wäre notwendig, beim Licht damit zu beginnen, nicht gewöhnliche mechanische Gleichungen, sondern elastische Gleichungen auszuschreiben und zugrunde zu legen. Es würde auch aus der Elastizitätslehre zu nehmen sein, was notwendig ist. Da kommen wir natürlich dahin, dass wir jede Ausbreitung überhaupt, die eine Niveaufläche bildet, niemals so zu denken haben - da komme ich zu etwas,

was ich nur als Tatsache mitteilen kann -, dass es irgendwo möglich ist, dass sich eine Entität ausbreitet und man sagen könnte, sie breitet sich ins Unendliche aus. Es kommt immer eine gewisse Sphäre, wo die Sache zurückprallt. So dass ich eigentlich niemals sagen dürfte gegenüber der Realität: Hier ist die Sonne, und es breitet sich das Licht von der Sonne aus und verschwindet ins Unendliche. So ist es niemals, sondern es kommt an einer Grenze an, wo die sich ausbreitende Elastizitätskraft erschöpft ist, und wo das in sich selber zurückkehrt. Es gibt kein solches unendliches System, das sich decken würde mit dem Begriff der Ausbreitung und sich dann im Wesenlosen zerstreute. Jede sich ausbreitende Entität kommt an eine Grenze, an der sie umkehrt, ich möchte sagen, annähernd nach dem Gesetz der elastischen Körper. Nirgends, wenn man vom Licht spricht, hat man es zu tun mit etwas, was sich ausbreitet nach allen Seiten. Wir haben immer etwas, was man vergleichen könnte mit stehenden Wellen. *Hier* muss man die Formel suchen, nicht also in der gewöhnlichen Mechanik.

Dann wäre noch dieses: die Zeit selbst. Nicht wahr, die Zeit macht nicht diese ganzen Verwandlungen durch. Es ist überhaupt so, dass [hier im mechanischen Bereich] die Zeit als solche keine Realität ist. Wenn Sie die ganz allereinfachste Formel

$$s = c \cdot t$$

nehmen, so handelt es sich darum, dass ich ja nach dem gewöhnlichen Gesetz der Multiplikation für dieses 5 nichts anderes herauskriegen kann, als dasjenige, was wesenhaft identisch mit dem  $c$  ist, sonst müsste der Raum  $s$  identisch mit der Zeit sein. Und es wäre das ja unmöglich. So kann ich ja in dieser Formel nur den Raum irgendwie mit dem  $c$  mathematisch identisch denken.

Nicht wahr, ich kann nicht Äpfel mit Birnen multiplizieren. Es kann nur das eine in dem anderen drinnensein. Die Zeit kann in den mathematischen Formeln überhaupt nichts anderes sein als eine Zahl. Nicht das Reelle der Zeit ist eine Zahl, sondern es kann die Zeit in einer solchen Formel nichts anderes sein als eine Zahl. Nur wenn ich voraussetze, dass ich es mit einer ungenannten Zahl zu tun habe, kann die Formel so geschrieben werden.

Etwas anderes ist die Formel

$$c = \frac{s}{t} .$$

Hier habe ich einen Raum  $[s]$  von [einer] bestimmten Grösse, die mir angegeben wird [relativ zur] Grösse der Zahl  $t$ . Daraus bekomme ich die Geschwindigkeit  $[c]$ . Es ist nun der eigentlichen Realität, sagte ich, ganz gleichgültig, ob ich nun Atome oder Moleküle oder Materie von bestimmten, wahrnehmbaren Raumgrössen, mir vorstelle. So dass ich das, was ich im empirischen Felde vor mir habe, mir [in Wirklichkeit] so zu denken habe, dass es immer eine bestimmte Geschwindigkeit hat - alles andere sind Abstraktionen. Die Zeit ist etwas, was ich gewonnen habe aus dem Divisor, und der Weg ist zunächst etwas, was ich gewonnen habe als Dividend. Aber das sind Abstraktionen. Das Reale drinnen ist - das gilt nur für mechanische Systeme - die bei jedem Körper vorhandene immanente Geschwindigkeit. Wenn der Physiker zum Beispiel aus sonstigen Gründen die Atomhypothese annehmen dürfte, dürfte er nicht annehmen, dass Atome ohne immanente Geschwindigkeit existieren. Die Geschwindigkeit ist eine wirkliche Realität.

Man muss also sagen: Die Zeit als solche ist eigentlich etwas, was wir aus den Vorgängen abstrahieren. Sie ist wirklich eine Abstraktion aus den Vorgängen. Wir dürften als Realitäten dessen, was wir vor uns haben, nur die Geschwindigkeit selbst ansehen.

Wenn wir dieses ganz durchschauen, dann können wir allerdings nicht mehr anders, als dasjenige, was ich als Zeit bezeichne, gewissermassen als an den Erscheinungen auftretend uns vorstellen. Dann wird es allerdings ein Mitwirkendes in den Erscheinungen, und da dürfen wir nicht absehen von dieser relativen Realität. Dieser Faktor, den ich selber herausabstrahiert habe, ist aber etwas, was mitwirkt so, dass man dadurch einen gewissen realen Grundbegriff bekommt, sagen wir für dasjenige, was uns entgegentritt aus der Lebensdauer eines Organismus. Die Lebensdauer *eines* Organismus kann ich nicht bloss messen an Äusserem, sondern es ist hier der Verlauf immanent. Wenn ich den Organismus habe, gehört zu diesem Organismus als ihm immanent eine gewisse Lebensdauer einfach dazu. Diese gehört zum ganzen Verlauf des organischen Prozesses und folgt aus ihm.

[Ganz entsprechend verhält es sich mit der Raumgrösse eines Organismus.] Es handelt sich nicht darum, dass ich diese Länge an etwas anderem messe, sondern es ist diese Länge dem Organismus [ebenso] immanent. Der konforme Begriff ist der, dass solche Begriffe nicht [so] gelten können, wie sie [gewöhnlicherweise] hypothetisch angenommen werden. Der Mensch ist aber von einer bestimmten Grösse. Nun nehme ich [einmal hypothetisch] Menschen an, die sehr klein sind in unserem gewöhnlichen Weltensystem.

Für alles übrige ist es gleichgültig, wie ich die relative Grösse des Menschen zu anderen [Dingen] annehme. [Dies gilt aber nicht für den Menschen selbst, denn] der Mensch hat in sich immanent eine bestimmte Grösse. Das ist etwas, worauf es ankommt. Der Mensch kann nicht in beliebiger Weise grösser oder kleiner sein. Ich versündige mich mit meiner Auffassung gegen das ganze Weltsystem, wenn ich solche Erwägungen mache. Zum Beispiel [gibt es] ganz bestimmte Naturdenker [die fragen sich]: Wie wäre [das Leben] in einem Weltsystem, das im Verhältnis zum unsrigen unendlich klein oder [unendlich] gross ist? - Das ist Unsinn. Es gibt eine innere Notwendigkeit, dass die wirklichen Dinge, denen wir gegenüberstehen, auch eine bestimmte Raumgrösse haben. So haben sie auch eine bestimmte Zeitspanne.

Und damit komme ich dazu, dass im Grunde jede Entität, die überhaupt betrachtet werden darf wie eine Totalität, eigentlich ihre Zeit in sich trägt. Ein Stückchen [eines] unorganischen Körpers kann ich für sich betrachten, ein Blatt nicht, weil es nur einen Bestand hat am Baum. Ich muss also Rücksicht nehmen bei meiner Betrachtung darauf, was ein in sich geschlossenes totales System ist, was eine Totalität ist. Jede Totalität aber, die ich so betrachte, hat die Zeit als etwas Immanentes in sich. So dass ich eigentlich nicht viel übrig haben kann für die abstrakte Zeit, die noch ausser jedem Ding ist und [neben] der jedem Ding oder Verlauf immanenten Zeit existiert. Wenn ich die Zeit, die von Anfang bis Ende gehen soll, ins Auge fasse, kommt es mir gerade so vor, wie wenn jemand den abstrakten Begriff für das einzelne Pferd bildet. Die einzelnen Pferde sind in der äusseren Raumrealität da, aber um den Begriff zu bekommen, muss ich ihm etwas anderes noch zuschreiben. So ist es auch mit der Zeit. Die Frage: Ist die Zeit in sich veränderlich oder nicht? - hat keinen wirklichen Inhalt, weil jedes Totalsystem in seinem immanenten Sein seine [eigene] Zeit hat, und seinen [eigenen] Geschwindigkeitsverlauf. Der Geschwindigkeitsverlauf des Unorganischen oder des Lebensprozesses führt zurück auf diese immanente Zeit.

Daher möchte ich eigentlich lieber als eine Relativitätstheorie, die immer voraussetzt, dass man das eine Koordinatensystem auf das andere beziehen kann, eine Absolutitätstheorie begründen, die davon ausgeht, überall zu erforschen, wo

Totalsysteme sind, von denen man sprechen darf, wie man sprechen darf von der Totalität eines Organismus. Man kann nicht sprechen von der Totalität der Silurperiode bei der Erde, sondern da muss man die Silurperiode mit einer anderen [erdgeschichtlichen Periode] zu einem Totalitätssystem zusammenfassen. Ebenso wenig kann ich von einem Menschenkopf sprechen als von einer Totalität, da gehört das andere dazu.

In der Geologie beschreiben wir [je] eine Periode [für sich genommen] nach der anderen, als wenn sie so eine Wirklichkeit wäre. Sie ist es nicht. Sie ist nur eine Wirklichkeit mit dem Ganzen der Erde, und zwar so, wie ein Organismus eine Wirklichkeit ist, wo ich nicht eines herausreißen darf. Es käme vielmehr darauf an, statt unsere Vorgänge zu beziehen auf Koordinatensysteme, sie auf ihre eigene innere Wirklichkeit zu beziehen, dann würden wir zu Totalitätssystemen kommen. Und dann würden wir müssen zu einer Art von Monadismus zurückkommen. Wir würden überwinden diese Relativitätstheorie und würden zur Absolutitätstheorie kommen.

Wir würden dann wirklich sehen, dass die Einstein-Theorie eigentlich wirklich der letzte Ausdruck dieses abstrakten Strebens ist. Einstein bewegt sich wirklich ganz in Abstraktionen. Manchmal sind sie nicht auszuhalten, diese Abstraktionen. So zum Beispiel, wenn auch bei ganz elementaren Dingen heute einfach die Voraussetzung gemacht wird: Wie wirkt der Schall, wenn ich mich selber mit Schallgeschwindigkeit fortbewege? - Ja, wenn ich das tue, so höre ich natürlich niemals wirklich Töne, weil der Schall immer mit mir fortläuft. Aber für jemanden, der real denkt, der in Totalitäten denkt, ist so ein Begriff nicht durchführbar, weil ein hörendes Wesen sich nicht bewegen kann mit Schallgeschwindigkeit, es würde zerschellen. Es sind keine Begriffe, die in der realen Beobachtung der Welt wurzeln.

Und so ist es auch, wenn ich frage: Ist die Zeit in sich selber verwandelbar oder nicht? Natürlich, die abstrakte Zeit, die absolute Zeit, die würde gar keine Möglichkeit geben, Veränderungen in ihr zu konstatieren nach der Art und Weise, wie ich sie a priori denke, aber wenn ich von Veränderungen in der Zeit spreche, muss ich die Wirklichkeit der Zeit erfassen. Aber das kann ich nicht, wenn ich nicht das immanente Gebundensein der Zeitverläufe an die Totalsysteme, die in der Welt vorhanden sind, in Betracht ziehe.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Stuttgart, 7, März 1920

*Frage: Die Einsteinsche Theorie ergibt, dass in einem Kilogramm Masse eine ungeheure Energie aufgespeichert ist, und es scheint, dass durch Auflösung, also Vergeistigung, der Materie eine neue Kraftquelle erschlossen werden könnte.*

An sich sind diese Dinge ja mit dem Teil der Einstein-Theorie, den wir heute behandelt haben, nicht unmittelbar zusammenhängend. Und man kann durchaus sagen: Hinter diesen Sachen steckt sehr viel, aufzusuchen die Kraft, die man bekommt, wenn man Masse zersplittert. Da handelt es sich dann darum - das Theoretische bietet ja keine besonderen Schwierigkeiten -, ob man diese Kraft technisch ausnützen kann. Und da würde es darauf ankommen, ob man diese Riesenkräfte, wenn man sie blosslegt, verwerten kann. Denn wenn der Motor, durch den man sie verwerten will, sogleich durch die Energie dieser Kräfte zersplittert wird, kann man sie nicht verwerten. Es handelt sich darum, dass man die Möglichkeit gewinne, diese Energien auch in mechanischen Maschinensystemen zu verwerten. Dann ist erst der Weg gefunden.

Rein theoretisch gedacht, brauchen wir, wenn wir die höchste Strahlungsenergie - oder eine hohe Strahlungsenergie - irgendeiner Materie blosslegen können, um sie verwerten zu können in einem mechanischen System, eine Materie, die einen Widerstand leistet gegen diese Energie. Die Möglichkeit, diese Energie freizumachen, ist vorhanden, sie liegt näher, als die Energie auszunützen.

*Frage: Ob man dazu gelangen könnte, überhaupt die Masse auszuschalten, so dass alles Energie ist, dass alles nur Strahlung ist.*

Es ist in gewisser Weise auszuschalten bei dem, was in den [Gasentladungs-Röhren (...)] [geschieht]. [Es handelt sich] nur mehr [um] strömende Elektrizität (...). Es ist eigentlich nur Geschwindigkeit [vorhanden], und [in] die Rechnungen gehen wir nur durch Geschwindigkeit ein.

Die Sache ist nur diese, ob denn, wenn ich die Formel  $[E = mc^2]$  aufschreibe, in der Energie und Masse gleichzeitig vorkommen, dabei genügend berücksichtigt ist, dass die Masse als solche etwas anderes ist als die Energie; ob ich nur wiederum

ganz abstrakt zwei Dinge, die eigentlich eins sind, trenne. Es handelt sich darum, ob eine Berechtigung zu dieser Formel vorliegt.

Das könnte ja nichts anderes sein, als tatsächlich lediglich eine Potentialenergie. Die Einstein-Formel  $[E = mc^2]$  mit Masse und Energie wäre [dann] nur eine Maskierung der alten Formel [für die potentielle Energie].

*Frage: Kann man nicht den Ausgangspunkt finden, [indem man] von  $p \cdot s$  ausgeht?*

Da entsteht die Schwierigkeit bloss dadurch, dass ich, wenn ich zwei Glieder eines Grössensystems miteinander auf irgend etwas beziehe, was dem [anderen] Grössensystem angehört - also zum Beispiel die Zeit, die zwei Menschen zu einer Arbeit brauchen, beziehe auf etwas, was mir angegeben wird durch die Ereignisse des Sonnenunterganges -, also zwei Glieder [des einen Grössensystems] auf etwas beziehe, was in ein [anderes] Grössensystem gehört, dann nimmt dieser Vorgang im ganzen System sehr leicht den Charakter an - weil ich ihn tatsächlich anwenden kann auf alle Glieder dieses Systems -, als wenn er etwas wäre, was nicht einem System angehört, sondern für sich gelten könnte.

Sie dürfen nicht voraussetzen, dass dasjenige, was eine Raumabstraktion des Sonnensystems ist, auch in einem anderen System gültig ist. Sie können zum Beispiel [folgendes] schön ausrechnen: Wenn Sie heute konstatieren würden die Veränderungen des menschlichen Herzens von fünf zu fünf Jahren, so können Sie für einen Menschen jetzt sagen: sein Herzzustand ist der und der und vor fünf Jahren war er so und so. - Dann können Sie, indem Sie dies rein rechnerisch fortsetzen, fragen: Wie war der Herzzustand vor hundertfünfzig Jahren? Wie wird er in dreihundert Jahren sein?

So rechnen unsere Astronomen, indem sie von der gegenwärtigen Verfassung der Erde ausgehen, die Zeitgrössen einsetzen und nachher weitere schöne Dinge ausrechnen, die aber so wenig stimmen zu den Dingen der Erde heute, wie stimmen würde der so ausgerechnete Herzzustand vor dreihundert Jahren zu dem heutigen.

Man vergisst eben immer wieder, dass das, was für die immanente Zeit [eines Prozesses] gültig ist, aufgehört hat [eine Bedeutung zu haben, wenn der Prozess zu Ende ist]. Ich kann also nicht über den Organismus [als aktuell lebendiges Totalsystem] hinausgehen. Das Totalsystem ist dasjenige, was mir erlaubt, mit meinen Beg-

riffen innerhalb des Systems stehen zu bleiben. Das wird sofort durchbrochen, wenn ich über die Totalsysteme hinausgehe. Der Schein [der Gültigkeit] wird dadurch hervorgerufen, dass wir uns gewöhnt haben, auf Grössensysteme [im Sinne von Totalsystemen] uns zu beziehen, und dann diese Dinge, die für [solche] Grössensysteme gelten, verabsolutieren.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Stuttgart, 11. März 1920

*Erste Frage: Kann der hier vorgebrachte Versuch, das Überimaginäre durch Punktbeziehungen auf krummen Flächen, respektive Mannigfaltigkeiten zu definieren, als ein wirklichkeitsgemässer bezeichnet werden?*

*Zweite Frage: Ist es möglich, zu lebendiger Anschauung des Imaginären zu kommen, beziehungsweise liegen wirkliche Entitäten dem Imaginären zugrunde?*

*Dritte Frage: Nach welchen Richtungen verlangt die moderne Mathematik, insbesondere in formaler Hinsicht, einen Ausbau im Sinne der Geisteswissenschaft?*

Ja, da möchte ich zunächst von der zweiten Frage ausgehen. Die Antwort darauf ist nicht so ganz leicht zu geben. Aus dem Grunde nicht, weil man gerade dann, wenn man diese Antwort zu formulieren versucht, sehr stark aus dem Gebiet des Anschaulichen hinauskommen muss. Man hat schon gesehen, als ich in diesen Tagen auf eine Frage von Herrn Dr. Müller geantwortet habe, dass ich nötig hatte, um überhaupt für einen mathematischen Fall ein anschauliches Korrelat zu geben, zu zeigen, wie dieses Anschauungskorrelat liegt beim Übergang von einem Röhrenknochen zu einem Kopfknochen. Dennoch ist es ein ganz Anschauliches noch. Man kann wenigstens da [noch] die Objekte in Anschauung vor sich haben, wenn auch in einem Übergang des einen Objektes in das andere.



Wenn man das Imaginäre als geistige Realität anschauen will, so ergibt sich einem das folgende. Man hat nötig, wie ich ja gerade bei diesen physikalischen Betrachtungen gezeigt habe, überzugehen von dem Positiven zum Negativen, wenn man überhaupt über gewisse Beziehungen der sogenannten ponderablen Materie zu dem sogenannten Imponderablen wirklichkeitsgemässe Vorstellungen gewinnen will. Nun liegen aber selbst bei Versinnlichungen schon sehr gewöhnlicher Gebiete Notwendigkeiten vor, die zeigen, wie man über die gewöhnlichen, landläufigen symbolischen Zeichnerien hinauskommen muss.

Ich will nur das folgende erwähnen. Man kann ja zum Beispiel, wenn man das gewöhnliche Spektrum, wenn es gradlinig geworden ist, zeichnet, eine gerade Linie zeichnen von dem Rot durch das Grün zu dem Violett. Man wird aber nicht alles, was in Betracht kommt, in der Symbolisierung drinnen haben, wenn man es so zeichnet, sondern man wird erst dann alles drinnen haben, wenn man, um das Rot zu symbolisieren, eine Kurve zeichnet, etwa so in dieser Ebene verlaufend (... Zeichnung), und um das Violett zu erreichen, nun in die Tafel hineingeht und hinübergeht; so dass von oben angesehen sich das Rot gewissermassen ergeben würde vor dem Violett liegend. Ich müsste hinausrücken und mit dem Violett zurückrücken. Dadurch würde ich eine Charakteristik bekommen dafür, dass das Violett in das Chemische hineingeht, das Rot nach der Wärme hinausgeht. Ich bin also genötigt, die gerade Linie hier schon zu erweitern, so dass die gewöhnliche Zeichnung, die ich mache, schon eine Projektion desjenigen ist, was ich eigentlich zeichnen sollte.

Man ist nun tatsächlich, wenn man klar werden will über gewisse Dinge, die sich einfach in der höheren Wirklichkeit, wenn ich so sagen soll, ergeben, genötigt, nun nicht nur zu gehen aus dem Positiv-Materiellen zum negativen Materiellen, sondern man ist ebensowenig befriedigt, wenn man das tut, wie man befriedigt sein kann, wenn man hier in der geraden Linie vom Rot durch das Grün ins Violett fortschreitet. Denken Sie sich nun darüber den Kreis gezeichnet, so haben Sie, indem Sie genötigt sind, von demselben Punkte - der jetzt hier liegt, hierherzugehen, und dann hierher - nicht mehr nach dem[selben] Punkte zurückzukommen, sondern Sie sind genötigt, spiralig hier fortzuschreiten. Ebenso sind Sie genötigt, wenn Sie aus dem Räumlichen in das Nichträumliche durch Symbolisierung des Positiven zum Negativen hinübergehen, vorwärts zu schreiten noch von dem, was die höhere Gattung vom Räumlichen und Nichträumlichen wäre.

Also nehmen wir an, gerade wie es sonst von zwei verschiedenen Arten eine Zusammenfassung geben könnte, die beide enthält, so könnten wir uns vorstellen, dass es etwas gibt, was räumlich und nichträumlich ist. Dazu muss ein Drittes gesucht werden. Und wenn man nun wirklich eingeht im Gebiet der höheren Wirklich-

keit auf das Physisch-Wirkliche, und man bezeichnet das Physisch- Wirkliche mit dem positiven Vorzeichen, so ist man genötigt, einfach das Ätherische, das wirkliche Ätherische, wobei man aus dem Räumlichen hinauskommt, also in das Geistige schon hineinkommt, mit dem negativen Vorzeichen zu versehen. Will man aber ins Astrale gehen, so kommt man nicht zurecht mit dem Räumlichen und Unräumlichen, sondern man muss eben zum Dritten gehen, das sich zu dem Positiven und Negativen genau so verhält, wie in der formalen Mathematik das Imaginäre zu dem Positiven und Negativen. Und man würde sogar genötigt sein, wenn man von dem Astralen zur wahren Entität des Ich übergeht, genötigt sein, einen Begriff aufzuschreiben, der überimaginär wäre im Verhältnis zum Begriff des Imaginären. Deshalb war mir immer so unsympathisch die Antipathie gegenüber dem Überimaginären, weil beim Aufsteigen zum Ich man den Begriff wirklich nötig hat. Es ist nicht möglich, ihn auszulassen - es handelt sich nur darum, ob man ihn in der rechten Weise anwendet, wenn man im rein Formalen der Mathematik bleibt -, wenn man so richtig vorgeht mit den mathematischen Formulierungen, dass man nicht aus dem Wirklichen herauskommt.

Ich habe heute mit jemandem, der mir begegnete, ein solches Problem besprochen, welches auch auf dem arithmetischen Gebiete sehr deutlich zeigt, dass man etwas haben kann in mathematischer Behandlung, was ausserordentlich schwer seine Beziehung zu der Realität herstellen kann, das ist das Wahrscheinlichkeitsproblem. Ich kann im Versicherungswesen ausrechnen, wann einer stirbt, soweit es gilt für die Menge. Ich kann mich danach genau richten bei der Menge. Ich kann aber unmöglich daraus den Schluss ziehen, dass der betreffende Mensch genau in dem Jahr zu sterben hat, das ausgerechnet werden muss. Es fällt mir also die Realität aus meinen Berechnungen.

So ist es auch sehr häufig, dass gewisse Rechnungsergebnisse in formaler Beziehung richtig sind, aber mit dem, was wirklich ist, nicht [zusammenstimmen. Und so könnte es auch sein, dass man das Formale der Mathematik manchmal zu rektifizieren hätte nach solchen Ergebnissen der überempirischen Wirklichkeit. Es ist zum Beispiel erst zu prüfen, ob es richtig ist, wenn ich  $a \cdot b = 0$  habe, dass zu diesem Ergebnis nur gekommen werden kann, wenn einer der Faktoren Null ist. Wenn das so ist, so ist es gewiss wahr, dass man zu dem Resultat Null kommt. Aber es muss die Frage aufgeworfen werden: Könnte es nicht sein, dass auch einmal das Resultat Null auftritt, wenn keiner der beiden Faktoren Null wäre? Das könnte der Fall sein, wenn man durch die Realität genötigt wird, zu überimaginären Zahlen, die dann entsprechende Korrelate sind einer überempirischen Wirklichkeit, zu kommen.

Also tatsächlich, man muss versuchen, das Reale in seiner Beziehung zum Imaginären, das Überimaginäre in seiner Beziehung zum Imaginären und zum Realen,

klar herauszuarbeiten in der Mathematik, aber es kann sein, dass man dann sogar genötigt ist, die Rechnungsgesetze zu modifizieren.

Was nun die erste Frage anbetrifft, da liegt das folgende vor: Wir können ja nur unterscheiden dasjenige, was im Menschen gewissermassen über einem bestimmten Niveau liegt und unter einem bestimmten Niveau. Ich möchte sagen, ich erkläre es fast jedem, von dem ich nur glaube, dass er einiges Verständnis dafür haben kann, jedem, der vor die bekannte Holzgruppe in Dornach kommt: «Christus in der Mitte als Menschheitsrepräsentant, Ahriman und Luzifer zu beiden Seiten», dass der Mensch, wie wir ihn vor uns haben, eigentlich nur vorzustellen ist dadurch, dass wir alles an ihm als einen Gleichgewichtszustand vorstellen. Auf der einen Seite ist das Übersinnliche, auf der anderen Seite das Untersinnliche. Das Menschenwesen stellt eigentlich immer nur den Gleichgewichtszustand zwischen dem Übersinnlichen und Untersinnlichen dar.

Nun hängt ja natürlich der Mensch zusammen als eine Art Mikrokosmos mit dem Makrokosmos. Daraus können Sie aber ersehen, dass ausdrückbar sein muss die Beziehung des Menschenwesens, also jede Einzelheit im Menschenwesen, zu einem Entsprechenden im Makrokosmos. Ich kann die Frage aufwerfen: Wenn ich das Untersinnliche - wenn das die Gleichgewichtsfläche wäre (... Zeichnung) - im Menschen habe, und es mir zunächst vorstelle als zusammenlaufende Kurve, und das Übersinnliche hier ist dasjenige, was der Mensch in seinem Bewusstsein hat, als auseinanderlaufende Kurve, so bekomme ich so etwas, möchte ich sagen, was sich unten zum Knoten zusammenbildet, und oben auseinander geht. Da wäre zu gleicher Zeit nämlich dargestellt das Drinnenstehen des Menschen im Makrokosmos. Denn durch diese untere, mehr knollenartige Fläche entzieht sich der Mensch dem Makrokosmos. Durch diese Fläche, die ihre Kurve hat, die fortwährend auseinandergeht, gliedert er sich ein in den Makrokosmos. Hier ungefähr würde der Punkt seiner freien Willensentschliessung liegen. Über dem Niveau der freien Willensentschliessung liegt alles dasjenige, wodurch der Mensch seine Kräfte hinausgehen lässt in den Makrokosmos. Unterhalb liegt dasjenige, wodurch er die Kräfte des Makrokosmos zusammenschliesst, so dass er überhaupt eine bestimmte Gestalt ist.

Wenn man nun versuchen würde, aufzusuchen innerhalb des Gebietes dieser Flächenformen - es würde ja dadurch diese Kurve Zustandekommen - gewisse Daten, von denen ich also eine Reihe von Daten mit  $x$  bezeichnen würde, die zum Beispiel darstellen, was an Welt-Gedanken überschaut werden kann, das hier, was an Welten-Kräften überschaut werden kann, und hier, was an Welten- Bewegungen geschaut werden kann, so würde ich daraus bilden müssen eine Funktion, wenn ich bekommen wollte dasjenige, was nun hier unten im Menschen immer dem ent-

spricht. Ich würde eine Funktion bilden müssen von den Daten da oben und würde herausbekommen dasjenige, was da unten im Menschen dem entspricht. Ich will sagen, da brauchen wir eine Funktion von  $x$ ,  $y$  und  $z$ .

Aber in dem Augenblick, wo ich Zahlen finden will für diese Zusammengehörigkeit, ist es unmöglich, sie im Gebiete jener Zahlensysteme zu finden, die ich auf der Ebene noch haben kann. Ich muss in diesem Falle, wenn ich den übersinnlichen und den untersinnlichen Menschen miteinander in Verbindung bringe, zu Gleichungen übergehen, die Zahlen in sich enthalten von solchen Systemen, die auf [gekrümmten] Flächen liegen, und zwar sind es Flächen, die sogar ziemlich genau zu definieren sind, Flächen, die auf Rotations-Paraboloiden liegen müssen. Also solche Flächen, welche entstehen, wenn Kegel so rotieren, dass jeder Punkt, der rotiert, zu gleicher Zeit fortwährend seine Geschwindigkeit ändert. Es sind Rotations-Paraboloide, die dadurch noch kompliziert sind, dass die Punkte nicht ihre starre Beziehung zueinander behalten, sondern unter gewissen Gesetzen die Punkte sich ändern. Es sind also die Flächen, die ich da brauche, in sich lebendige Rotations-Paraboloide.

Es ist ein ungeheuer schwieriger Zusammenhang da, den bis jetzt einzelne Menschen schon vorgestellt haben, den man als eine Notwendigkeit herausfindet, mit dem sich aber erst rechnen lassen wird formal, wenn gerade, wenn ich so sagen darf, die okkulte Wissenschaft, die Geisteswissenschaft, einmal mit der Mathematik zusammenarbeiten wird, wenn dieses Zusammenarbeiten einmal möglich sein wird. Und ich sehe eigentlich in diesem Weg, den Sie uns heute dargestellt haben, allerdings einen Anfang. Und ich glaube, dass das einmünden könnte in die Beantwortung der Forderung: man solle finden die Entsprechung für dasjenige, was die Zusammengehörigkeit zugeordneter Funktionen ergibt, die sich auf Zahlensysteme beziehen, die auf zwei in einem Punkte mit ihren Spitzen sich treffenden Rotations-Paraboloiden liegen, ein solches, das nach unten zusammengeht, und ein solches, das nach oben auseinanderläuft. Es werden einfach diejenigen Zahlen zu finden sein, die auf solchen Rotations-Paraboloiden liegen, wie ich es beschrieben habe. Das entspricht auch durchaus einer Realität.

Was nun die Ausbildung der formalen Mathematik betrifft, so muss ich gestehen, dass es mir scheint, dass da ja natürlich noch recht viel zu tun ist, und dass man auch sehr viel tun kann. Aber mir kommt auch vor, dass vielleicht im Laufe des 19. Jahrhunderts - vielleicht habe ich da aber auch unrecht, vielleicht in derjenigen Zeit, in der ich weniger die Fortschritte der formalen Mathematik verfolgen konnte, das ist schon eine lange Zeit her, vielleicht ist es modifiziert -, ich hatte immer das Gefühl, dass diejenigen Arbeiten, die auf dem Gebiet der formalen Mathematik gemacht werden, sich furchtbar wenig kümmern darum, ob nun die Rechnungsoperationen

wirklich noch irgendwie möglich sind, ob sie nicht doch an irgendeinem Punkte rektifiziert werden müssten durch irgendeine Beziehung zu einer möglichen Wirklichkeit. Also, ob man rein formal weitergehen darf. Es ist zum Beispiel möglich zu fragen, was geschieht, wenn man multipliziert meinetwegen eine eindimensionale Mannigfaltigkeit mit einer zweidimensionalen Mannigfaltigkeit. Solche Dinge kann man beantworten, aber man muss sich doch immer fragen: Entspricht einer solchen Operation nicht nur irgendeine Wirklichkeit, sondern auch nur etwas, was man sich vorstellen kann? Und ich glaube, dass wenigstens, um auf diesem Wege auf einen grünen Zweig zu kommen, es vielleicht doch notwendig sein wird, bestimmte Definitionen zu geben über den Begriff des Nur-Rechnungsmässigen.

Ich habe mich vor längerer Zeit einmal damit beschäftigt, ob es zum Beispiel möglich ist, den pythagoreischen Lehrsatz, auch ohne dass man auf das Anschauliche übergeht, also rein zahlenmässig ausgedrückt, zu verifizieren, arithmetisch zu beweisen. Es wird sich wirklich darum handeln, ob man das rein Arithmetische so streng erfassen kann, dass man nicht unwillkürlich in das Geometrische hinüberkommt.

Nicht wahr, wenn man rechnet mit Zahlen -, solange man unter den gewohnten Zahlen bleibt, sind es halt eben Zahlen, und man hat nicht nötig, vom Zahlensystem auf einem bestimmten Raumgebiet zu sprechen. Geht man aber über zu diesen anderen Zahlen, zu imaginären Zahlen, Komplexzahlen, zu Überkomplexzahlen, zu überimaginären Zahlen, dann muss man vom höheren Raumgebiet sprechen. Sie haben ja gesehen, wie man das kann, aber eigentlich nur dadurch, dass man aus unserem gewöhnlichen Raum herauskommt. Und deshalb scheint es mir schon notwendig zu sein, dass vielleicht die rein formale Mathematik, bevor sie Zahlen aufstellt, die sich nur symbolisieren lassen - es ist ja zunächst eine Art Symbolisieren dadurch, dass man weitere entsprechende Punkte aufträgt auf gewisse Raumgebiete -, dass man die Untersuchung vollzieht, wie solche höheren Zahlen auch vorstellbar sind ohne Zuhilfenahme der Geometrie. Also auch in dem Sinne, dass ich zum Beispiel eine Zahlenlinie schon darstelle, positive und negative Zahlen.

Es müsste beantwortet werden: Wie ist rein elementarisch das Positive zum Negativen vorzustellen? Mir scheint - ich kann aber nichts Abschliessendes geben, ich weiss nichts darüber, habe mich nicht damit beschäftigt —, die Lösung von Gauss wenig genügend, die einfach vorstellungsgemäss Unterschiede annimmt zwischen Positiv und Negativ. Ebenso wenig [genügend ist die Art und Weise,] wie bei Dühring das Negative [interpretiert wird], das für ihn nichts anderes ist als die Subtraktion, für die nur der Minuend fehlt. Ebenso ist es nach Dühring für die imaginäre Zahl  $\sqrt{-2}$ . Sie ist nichts anderes, als der Versuch, eine Rechnungsoperation auszuführen, die man nur andeuten kann, nicht in Wirklichkeit ausführen kann. So wie, wenn

ich 3 habe und nichts habe, wovon ich abziehen kann, bleibt mir 3. Es ist bloss eine angedeutete Rechnungsoperation. Aber es ist auch der Differentialquotient in dieser [Dühringschen] Auffassung nur eine angedeutete Rechnungsoperation, was nichts anderem entspricht. Das scheint mir auch eine Einseitigkeit zu sein bei Dühring, und die Lösung wird wahrscheinlich in der Mitte liegen. Aber die Lösung dieser Probleme müsste erst erfolgen, ehe man in der formalen Mathematik auf einen grünen Zweig kommen wird.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Stuttgart, 11. März 1920

*Erste Frage: Die Frage ist, ob diese Art der Erfassung eine wirklichkeitsgemässe ist, und ob es vielleicht auf diesem Gebiete, indem wir auffassen die mathematischen Objekte als Zwischenglieder zwischen Urbild und Abbild - denn das, was wir auf dem einfachen geometrischen Gebiet getan haben, müsste sich auf allen Gebieten der Mathematik vornehmen lassen -, ob das vielleicht eine Grundlage sein kann zu der Rechnungsart, die zugrunde gelegt werden muss der Physik, wie sie uns in dem jetzigen Vortrag gegeben wird?*

*Zweite Frage: Ob das vielleicht auch ein Weg ist, um zu dem zu gelangen, zu dem wir unter der Kontrolle und Steigerung des Denkens kommen, was die überempirischen Gebiete genannt wurde?*

Es liegt hier also zunächst die Frage vor, wenn ich es richtig verstanden habe, ob man an die mathematischen Gebiete herankommen kann dadurch, dass man sie auffasst als ein Zwischenstadium zwischen Urbild und Abbild.

Nun, fassen wir die mathematischen Gebiete zunächst rein geistig- empirisch auf; was sind sie, wenn wir zunächst hier denken wollen an räumlich-geometrische Gebiete? Oder denken Sie auch an arithmetische Gebiete?

*Alexander Strakosch: An geometrische Gebiete.*

Ich habe schon in diesen Tagen wie in einem Zwischensatz darauf hingedeutet, wie wir eigentlich zu den gewöhnlichen geometrischen Gebilden kommen. Wir kommen eigentlich nicht auf dem Wege des Abstrahierens aus den empirischen Vorstellungen dazu, sondern zunächst sind schon die mathematisch-geometrischen Gebilde eine Art Intuition. Sie werden eigentlich geschöpft aus der Willensnatur der menschlichen Wesenheit heraus. Und indem sie daraus geschöpft werden, kann man sagen, dass der Mensch in seiner Erfahrung, indem er die mathematischen Gebilde erfasst, eigentlich immer wenigstens Wirkensmöglichkeiten hat, Realitätsmöglichkeiten in dem mathematischen Gebiete. Sie sind damit auch empirisch schon eine Art von Zwischenzustand zwischen den äusseren Wirklichkeiten, die wir ja nur im Abbild haben können, und den unmittelbaren Seinsinhalten, die wir innerlich erleben. Also auch die geistig-empirische Betrachtungsweise würde zeigen, dass, wenn wir das Geometrische erfassen, wir dann gewissermassen ein Zwischenstadium zwischen Urbild und Abbild haben.

Ich möchte aber auf die Konsequenz hinweisen, welcher Hinweis nur besagen soll, dass allerdings, wenn man diesen Gedankengang verfolgt, man noch manches herbeizutragen haben wird zu seiner Verifizierung. Wenn die geometrisch-mathematischen Gebiete Zwischenzustände sind zwischen Urbild und Abbild, so ist es notwendig, dass sie eine gewisse Eigenschaft haben, die die Abbilder nicht haben. Eine Eigenschaft, die allerdings mehr eine ideelle wird; allein, sie wird erst so ideell gerade in der Sphäre der Abbilder.

Nicht wahr, wenn wir ein reines Abbild haben, so ist es so, dass es ja auch kombiniert sein kann, dass es nicht nötig ist, dass es unbedingt seinem Urbild entspricht. Wenn wir ein blosses Abbild hier platzieren, so ist es nicht nötig, dass es einem Urbilde entspricht. Wenn wir aber diesen Zwischenzustand haben, der schon Realität in sich aufgenommen haben würde, so würde es notwendig sein, dass wir für ihn müssten aufsuchen können ein bestimmtes Feld der Realität, dass wir nicht in beliebiger Weise diese Gebiete würden kombinieren können. Denn die Urbilder werden wir niemals lebendig kombinieren können, sondern die müssten wir in ihrem eigenen Gebiete aufsuchen, die müssen als ganz bestimmte Erfahrungen vorliegen. Wir müssten also, wenn wir dieses mittlere Gebiet, das hier genannt worden ist das Gebiet der angeschauten Gesetzmässigkeit mathematischer Objekte, in der richtigen Weise erfassen wollen, müssen wir es erfassen auch in bezug auf seine Konstruktion als einen Zwischenzustand zwischen den absolut fixierten Urbildern und bodenlos beliebigen Abbildern. Das heisst, wir müssten die ganze Mathematik, besonders die Geometrie, in dem Sinne auffassen, dass wir sie innerlich beweglich auffassen, dass wir also, ich möchte sagen, sie wenigstens wie latent in der gesam-

ten Wirklichkeit enthalten vorstellen. Wir müssten also zum Beispiel ein Dreieck nicht vorstellen als etwas, was in sich unbeweglich ist, sondern wir müssen es so vorstellen, dass wir es etwas unter dem Begriffszusammenhang vorstellen. Was ist ein Dreieck? Ein Dreieck ist ein von geraden Linien begrenztes Gebiet, dessen Winkelsumme  $180^\circ$  ist. Dann würde aber in beliebiger Weise variabel sein das gegenseitige Längenverhältnis der drei Seiten, und wir würden aus dieser Definition unendlich viele Dreiecke bekommen, oder auch ein Dreieck in Fluss bekommen. Und das würde die Konsequenz dieser Anschauung sein, dass wir gewissermassen eine fließende Geometrie bekämen. Und es würde notwendig sein, nachzuweisen, dass diese fließende Geometrie nun auch im Reiche der Natur eine gewisse Bedeutung hat. Das heisst, dass also meinetwillen das Gesetz der Kristallisation tatsächlich etwas in sich enthält, was dieser fließenden Geometrie entsprechen würde. Also eine wirklichkeitsgemässe Vorstellung liegt allerdings zugrunde, aber es ist natürlich manches noch beizutragen, um das ganze zu verdeutlichen. Ausserdem mache ich noch darauf aufmerksam, dass hier eine gewisse Sache hineinspielt, die eigentlich hier berührt werden muss, wenn man es so nimmt.

Sehen Sie, man ist in der gegenwärtigen Zeit zu der Gewohnheit gekommen, wenn man in höhere Gebiete der Wirklichkeit hinaufgehen will, zu höheren Dimensionen seine Zuflucht zu nehmen. Das war nicht immer so in dem Formalismus, der zugrunde gelegt worden ist dem okkulten Vorstellen, dem Vorstellen des Okkulten. Man ging früher so vor, dass man sagte: Unsere gewöhnlichen physischen Gebilde haben wir nötig, dreidimensional vorzustellen. Die Gebilde, die dem astralen Raum angehören - also ich spreche jetzt in anderem Sinne, als ich vorhin bei Herrn Blümel gesprochen habe, wo ich von dem physischen Leib zum Ich gegangen bin, ich möchte [hier] auf die Sphären oder Plane Rücksicht nehmen -, wenn wir also den nächsten [Astral-]Plan vorstellen, so müsste man ihn unter dem Bilde einer zweidimensionalen Fläche vorstellen. Wenn man den nächsten, den Rupa-Plan etwa vorstellen würde, würde man ihn eindimensional ausdehnen; und zum Punkt käme man, wenn man den Arupa-Plan vorstellen würde.

Da also würde man dazu kommen, sich sagen zu können: Bei dem Gehen zu geistigeren Vorstellungen ist man genötigt, die Mannigfaltigkeiten sogar zu verringern, nicht zu vermehren; und dieser Sache unterliegt man, wenn man jetzt von oben nach unten geht, und in gewisser Beziehung tut man das, wenn man zum Beispiel folgendes versucht: Wir können ganz gut unterscheiden geistig, seelisch, leiblich. Aber wenn wir uns fragen, was ist denn im auf der Erde herumgehenden Menschen das Geistige, so müssen wir sagen: Dieses Geistige ist da eigentlich ausserordentlich filtrierte vorhanden. Gerade das abstrakte Denken ist das, was der Mensch eigentlich dem Geiste verdankt. Es ist geistig und für sich nur geneigt, das Sinnliche wahrzunehmen, aber das Mittel dieses Wahrnehmens ist eben geistig. Und gerade



wenn wir dieses Geistige des Denkens nun herunter verfolgen ins Leibliche, dann bekommen wir einen Ausdruck im menschlichen physischen Leibe, währenddem das umfassendere Geistige noch keinen Ausdruck im menschlichen physischen Leibe hat. So dass ich sagen kann, etwas grob gesprochen: Ein Drittel der geistigen Welt, an der der Mensch Anteil hat, hat seinen Ausdruck im menschlichen physischen Leibe.

Wenn ich zum Seelischen gehe, so wird es so, dass ich sagen muss: Zwei Drittel der geistigen Welt, an der der Mensch Anteil hat, hat ihren Ausdruck im menschlichen Leibe, sind im physischen Leibe zum Ausdruck gelangt. - Und wenn ich zum physischen Leibe gehe, so muss ich sagen: Drei Drittel sind zum Ausdruck gelangt. - Also muss ich, indem ich heruntersteige von oben nach unten, beim Menschen den Fortgang vom Urbild zum Abbild mir allerdings so denken, dass das Urbild immer leicht beim Herabsteigen von seiner Entität etwas zurücklässt. Dadurch ist gerade das wesentliche Charakteristikon des Leiblichen gegeben. Wenn wir hinaufgehen, finden wir Neues: dasjenige, was nicht Abbild geworden ist. Wenn wir heruntergehen, tritt uns allerdings dann etwas auf, was nicht bloss Abbild ist, sondern wo Realität hineinspielt. Gerade so zum Beispiel, wenn wir unseren physischen Leib und unseren Ätherleib in der Nacht im Bett liegen lassen, wir nicht bloss Astralleib und Ich [aus dem Leibe] heraus haben, der Leib leer ist davon, sondern es kommen höhere Kräfte herein, die ihn dann während der Zeit, wo Astralleib und Ich heraus sind, beleben, so ist dann auch im Abbild etwas drinnen, was nicht allein vom Urbild stammt, sondern erst hereinkommt, indem es Abbild wird, wenn das Abbild der Entität [Realität?] angehört.

Es entsteht dann die interessante Frage: Wie wird aus dem, was bloss phantasiegemäss kombiniertes Abbild ist, das reale Abbild? Da kommt eben dieses andere noch hinein.

Ich möchte nur noch bemerken: Wenn man zunächst zwei Dimensionen ins Auge fasst, so führt dieser Gedankengang unmittelbar dazu, einem anderen sich zuzuwenden, der den [ersten Gedanken] erhellen kann. Wenn man zwei Dimensionen ins Auge fasst, so kann man alles dasjenige, was zweidimensionalen Gebilden entspricht, in diese zwei Dimensionen hineinzeichnen, nicht aber das, was im [dreidimensionalen] Räume ist. Aber jeder wird mir zugeben, dass in dem Augenblick, wo ich statt perspektivisch oder dergleichen zu zeichnen, mit Farben anfange [ein Bild] anzulegen, wo ich Farben nachahme, also Bilder von Farben gebe, ich da direkt in die Ebene hinein, dem Bilde nach, den Raum lege. So dass ich also die Frage aufwerfen kann: Dasjenige, was im Bilde die Farbe ausdrückt, liegt das in irgendeiner der drei Dimensionen des Raumes drinnen? Ist es möglich, etwas anzudeuten in den Farben, was die drei Dimensionen ersetzt, was anstelle der drei Dimensionen

dastehen kann? Also wir können, wenn wir das Farbige überblicken, das Farbige in einer gewissen Weise anordnen. In zwei Dimensionen kommen wir dazu, ein Bild des Dreidimensionalen zu geben. Und jedermann kann ja einsehen, dass alle blauen Farben gewissermassen nach rückwärts rücken und alle rotgelben Farben nach vorwärts, so dass wir tatsächlich einfach in der Farbengebung selber die drei Dimensionen haben. Also wir können durch das Intensive der Farben das Extensive der drei Dimensionen zum Ausdruck bringen, und wir kommen da tatsächlich dazu, die Dreidimensionalität zusammenzuquetschen; wenn wir zu den Farben übergehen, quetschen wir sie in zwei Dimensionen hinein.

Solche Betrachtungen können mit diesen auch durchaus verknüpft werden, um dann zu dieser flüssigen Geometrie zu kommen, und wirklich eventuell darauf zu kommen, ob man nicht die Geometrie so erweitern kann, dass das drinnenliegt, dass man zum Beispiel, wie man kongruente Dreiecke auffasst, das Dreieck *A* kongruent sein lässt mit dem Dreieck *B*, ob man nicht auch eine erweiterte mathematische Beziehung finden kann zwischen dem, was ich als ein rotes Dreieck in der Ebene mache und ein blaues Dreieck in der Ebene mache; ob man nicht nachdenken kann, ob es unerlaubt ist, einfach ohne weiteres in der Ebene nun auch die einfache Linienform, die ein rotes Dreieck darstellen soll, hinzuzeichnen wie die Linienformen, die ein blaues Dreieck vorstellen sollen. Ob ich nicht ausdrücklich sagen muss; Wenn man mir erlaubt, diese Linienformen für ein rotes Dreieck zu zeichnen, dann muss ich, wenn ich sie in dieselbe Fläche zeichnen will, klein zeichnen; einfach dadurch, dass sie Rotes darstellen wird, muss sie klein gezeichnet werden. Und dieses muss einfach deshalb, weil es blau sein soll, gross gezeichnet werden.

Es ist nun die Frage, ob es nicht auf diese Weise möglich ist, hineinzubringen in unsere Geometrie einen Intensitätsfaktor, so dass man mit Intensitäten rechnen kann. Und dann würde sich ergeben die ganze Bedeutung des Zusammenwirkens unseres linken Auges mit unserem rechten Auge. Wir sehen stereoskopisch dadurch, dass die beiden Augen zusammenwirken. Das ist aber nichts anderes auf dem Gebiete des Optischen, wie wenn ich mit der linken Hand die rechte angreife. Würde ich ein Wesen sein, das niemals könnte mit einem Teil seines Organismus den anderen berühren, so würde ich keine physische Ich-Vorstellung bekommen können. Physische Ich-Vorstellungen kann ich nur bekommen dadurch, dass ich mit einem Teil meines Wesens den anderen berühren kann. Und im Räume mich als ein Ich fühlen kann ich nur dadurch, dass unter dem gewöhnlichen Empirischen so ein bisschen verborgen dasjenige ist, dass mein rechtes Sehen mein linkes überkreuzt. Darin liegt die Möglichkeit, in die Vorstellung, also nicht in die Realität des Ich, aber in meine Vorstellung des Ich das Richtige hineinzubringen.

Und nun denken Sie sich einmal, was es für eine Konsequenz hätte für dieses Hineinbringen des Ich [in die physische Vorstellung], wenn Sie Ihre Augen nicht symmetrisch gleich hätten, wenigstens annähernd, sondern wenn Sie sie etwas verschieden hätten, oder vielmehr wenn Sie sie stark verschieden hätten, denn etwas verschieden sind sie ja. Wenn Sie das linke Auge zum Beispiel bedeutend kleiner hätten als das rechte, so dass dasjenige, was als die linken und rechten Stereoskopbilder sich darstellen würden, sehr verschieden wäre, so dass Sie fortwährend im linken Auge ein kleineres Bild erzeugten, und innerlich auch noch das Bestreben hätten, dieses kleine zu vergrößern, und dabei im rechten Auge ein grosses Bild erzeugten, und dann [das rechte Auge] das umgekehrte Bestreben hätte - [nämlich dieses Bild innerlich zu verkleinern] -, Sie würden dadurch zu dem statischen Sehen, das stereoskopisch ist, hinzutragen ein lebendiges Sehen.

Das [wirkliche] lebendige Sehen müssten Sie aber erzeugen in dem Augenblick, wo Sie nur ein bisschen hinaufsteigen in die Anschauung des Imaginativen. Diese Anschauung kommt dadurch zustande, dass man gewissermassen fortwährend das Asymmetrische anreihet aneinander. Deshalb war es notwendig, die Dornacher Mittelfigur [in der plastischen Holzgruppe], den Repräsentanten des Menschen, mit einer starken Asymmetrie zu zeigen, um eben dadurch zu zeigen, wie er zum Geistigen aufsteigt. So dass ich aus dem Grunde, um Ihnen eine Vorstellung zu geben, wie eigentlich alles dasjenige, was in uns Menschen ist, zum Beispiel auch das statische stereoskopische Sehen, im Grunde genommen ein Gleichgewichtszustand ist, der fortwährend tendiert, nach der einen oder anderen Seite abzubiegen, polarisch. Und was wir als Menschen sind, das sind wir eigentlich dadurch, dass wir in jedem Augenblick unseren Gleichgewichtszustand herzustellen haben zwischen oben und unten, vorn und hinten, links und rechts.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Dornach, 30. März 1920

*Frage: Wie ist eine Weiterbildung der Chemie im Sinne der Anthroposophie zu denken?*

Wenn die von Dr. Kolisko gemeinte Phänomenologie vorgenommen wird, so muss eben gesagt werden, dass diese Frage so umfassend noch ist, dass sie ja auch nur höchst andeutungsweise beantwortet werden kann. Vor allen Dingen ist es nötig, dass man einsähe, dass man zunächst zu einer entsprechenden Phänomenologie kommen müsste. Eine Phänomenologie ist nicht eine Zusammenstellung der blossen Phänomene in willkürlicher Weise, oder so, wie sie sich gerade durch die wissenschaftlich angestellten Versuche ergibt; sondern eine wirkliche Phänomenologie ist eine solche Systematisierung der Phänomene, wie es etwa versucht worden ist von Goethe in seiner «Farbenlehre». Es ist ein Zurückführen des Komplizierteren auf das Einfachere, bis zu jenen Grundlagen, wo einem die Grundelemente, die Grundphänomene entgegentreten.

Nun weiss ich selbstverständlich ganz gut, dass nun ganz gescheite Leute sagen werden: Ja, aber wenn man eine solche gescheite Aufstellung hat in bezug auf [den Zusammenhang von] qualitativen Phänomenen mit Urphänomenen, so ist ein solcher Aufbau durchaus nicht von vornherein zu vergleichen mit dem, wie zum Beispiel kompliziertere geometrische Zusammenhänge mathematisch zurückzuführen sind auf Axiome; denn die geometrischen Zusammenhänge werden gewissermassen aus reiner innerer Konstruktion aufgebaut. Der weitere Aufbau der Mathematik, [ausgehend von] diesen Axiomen, wird wiederum erlebt wie eine in ihrer [inneren] Notwendigkeit erschaute [Fortsetzung des mathematischen Prozesses], während wir [andererseits] angewiesen sind beim Aufbau der Phänomene und der Urphänomene, uns auf die Beachtung des äusseren Tatbestandes zu verlassen.

Das ist aber nicht so, [auch] wenn es [einfach so] behauptet wird - es wird ja im weitesten Umkreise mehr oder weniger deutlich und klar behauptet. Dass dieses behauptet wird, ist doch nur ein Ergebnis einer unrichtigen Erkenntnistheorie. Und namentlich ist es das Ergebnis eines konfusen Durcheinanderwirbelns des Erfahrungsbegriffes mit anderen Begriffen. Und durch dieses konfuse Durcheinanderwirbeln des Erfahrungsbegriffes mit anderen Begriffen ergibt sich zum Beispiel das folgende.

Da wird nicht darauf gesehen, dass die Art und Weise, wie Erfahrung vorliegt, durchaus gebildet ist in bezug auf das menschliche Subjekt. Ich kann gar nicht den Begriff der Erfahrung bilden, ohne dass ich die Beziehung denke vom Objekt zum menschlichen Subjekt.

Und nun handelt es sich lediglich darum: Gibt es eine prinzipielle Unterscheidung zwischen der Art und Weise, wie ich zum Beispiel ein Goethesches Urphänomen vor mir habe, und dieses Urphänomen kompliziere zum abgeleiteten Phänomen, wo ich scheinbar angewiesen bin darauf, dass mir die äussere Erfahrung dasjenige, was ich im Urteil ausspreche, bestätigt? Gibt es einen Unterschied in diesem ganzen Verhalten des Subjekts zum Objekt gegenüber dem, wenn ich in der Mathematik konstatiere, die Summe der drei Winkel des Dreiecks ist  $180^\circ$ ? Oder wenn ich den pythagoreischen Lehrsatz konstatiere in bezug auf den Erfahrungsbegriff? Gibt es in der Tat einen Unterschied?

Dass es in bezug auf das keinen Unterschied gibt, ist sogar schon hervorgetreten in Untersuchungen immerhin ganz geistreicher Mathematiker des 19. Jahrhunderts und bis in unsere Tage herein, die ja, weil sie gesehen haben, dass schliesslich Mathematik auch nur beruht auf einer Erfahrung - in einem Sinne, wie man von Erfahrung bei den sogenannten empirischen Naturwissenschaften spricht -, die hinzukonstruiert haben, allerdings zunächst nur hinzukonstruiert haben, zu der euklidischen Geometrie nichteuklidische [Geometrien]. Und man muss da sagen: Theoretisch ist es ja zunächst durchaus möglich, geometrisch zu denken, dass die drei Winkel eines Dreiecks  $380^\circ$  sind. [Allerdings muss man dabei] voraussetzen, dass der Raum ein anderes Krümmungsmass hat. In unserem gewöhnlichen Räume haben wir ein reguläres [euklidisches] Mass, das die Krümmung Null hat. Dadurch einfach, dass man sich vorstellen würde, dass der Raum mehr gekrümmt [das heisst, dass die Krümmung des Raumes grösser als 1] ist, dadurch kommt man zu so einem Satze wie: Die Summe der drei Winkel eines Dreiecks ist grösser als  $180^\circ$ .

[Es liegen] interessante Versuche in bezug darauf [vor, so zum Beispiel von] Oskar Simony, der dies [weitergehend] untersucht hat.

Diese Bestrebungen zeigen, dass man schon von gewisser Seite auch für nötig gehalten hat, sich zu sagen; Auch dasjenige, was wir in mathematischen oder geometrischen Sätzen als Urteile aussprechen, auch das bedarf ebenso der empirischen Verifizierung wie dasjenige, was wir aussprechen in der Phänomenologie.

## FRAGENBEANTWORTUNG Dornach,

31. März 1920

*Frage: Die gewöhnliche Mathematik umfasst das Feste, Flüssige und Gasförmige in Gestalt, Oberfläche und Krafrichtung. Wie denken Sie sich eine Mathematik des Wärmegebietes, des chemischen und Lebensgebietes?*

Nun handelt es sich da wohl zunächst ja darum, dass das mathematische Gebiet als solches in sachgemässer Weise ausgedehnt werden muss, wenn man höhere Gebiete, ich möchte sagen, aber nur analog mathematisch umfassen will.

Wenn man daran denkt, dass da doch ein Bedürfnis entstand im 19. Jahrhundert, die Mathematik selber zu erweitern. Ich will nur erwähnen, was da schon bei anderen Gelegenheiten erwähnt worden ist - ich glaube, erst gestern -, dass damals das Bedürfnis aufgetreten ist, zu der euklidischen Geometrie eine nicht-euklidische Geometrie hinzuzufügen; dass das Bedürfnis eingetreten ist, Rechnungen auszuführen für höhere Mannigfaltigkeiten, als wir sie gewöhnlich ausführen. Darinnen haben wir schon einen Hinweis auf Erweiterungen der Mathematik. Und wir dürfen ja sagen: Wenn wir die gewöhnliche ponderable Materie ins Auge fassen, so kommen wir nicht dahin, irgendeine sachgemässe Anwendung anderer Mannigfaltigkeiten, als der gewöhnlichen [euklidischen] dreidimensionalen Mannigfaltigkeit], zu gebrauchen.

Es ist aber heute so wenig Neigung noch vorhanden, in eine sachgemässe Anschauung über die Gebiete der Wärme, der chemischen [Wirkungen] und [der] Lebens-elemente einzugehen, dass die Fortsetzung der mathematischen Denkweise in diese Gebiete hinein heute noch wirklich etwas sehr Problematisches ist.

Es kann zum Beispiel [bezüglich der hier vorgebrachten Anschauungen] durchaus nicht ein Gegensatz geschaffen werden zu dem Nichtkennen des Wesens der Masse, wie es von Seiten der Physiker propagiert wird. [Ein Physiker ist nur konsequent, wenn er sagt:] es ist [in der Physik] nicht einzugehen etwa auch auf das Wesen, [sondern bloss auf] das Bild des Lichtes, wie es [sich] bei Goethe [dar]stellt. Der Physiker wird, wenn er vernünftig ist, selbstverständlich ablehnen, [innerhalb seines Gebietes] auf das Wesen der Dinge einzugehen. Allerdings [ergibt sich] dann sogleich die Misere: der Physiker lehnt vielleicht [überhaupt] ab, auf das Wesen der Dinge einzugehen. Derjenige, der dann heute aus der gebräuchlichen physischen, physikalischen Anschauung eine Philosophie braut, der lehnt es nicht mehr [nur] ab,

sondern der erklärt: man kann eben [überhaupt] nicht in das Wesen der Dinge eindringen.

Und so haben wir [heute eine sehr einseitige Anschauung von der] Erde, da wir es ja niemals zu tun haben können mit der blossen Geologie in der Physik, sondern mit dem, was als Fazit sich aus einem solchen einzelnen Gebiete für die Gesamterkenntnis ergibt. So haben wir es zu tun schon mit schädlichen Konsequenzen desjenigen, was ja eben nicht mathematisch, sondern als mechanistische Weltanschauung sich ergeben hat allmählich im Laufe der Zeit für die Physik.

Was Goethe meint, wenn er sagt, von dem Wesen des Lichtes soll man eigentlich nicht sprechen, sondern man soll versuchen kennenzulernen die Tatsachen, die Taten und Leiden des Lichtes - denn die geben ja eine vollständige Beschreibung des Wesens des Lichtes -, so ist [dies] durchaus nicht etwa identisch mit der [prinzipiellen] Ablehnung der Frage nach dem Wesen des Lichtes, sondern gerade der Hinweis darauf eben, dass eine richtige Phänomenologie - die in dem Sinne angeordnet ist, wie das gestern besprochen worden ist hier -, dass eine solche wirkliche Phänomenologie zuletzt gerade eben ein Bild gibt von dem Wesen, das in Betracht kommt. Es gibt ja auch [die Physik] durchaus, insoweit sie Phänomenologie ist und sein will, und richtige Phänomenologie ist, soweit es das mechanistische Gebiet [betrifft] - ein Bild über das Wesen, nämlich über das Wesen der Erscheinungen.

Und so kann man schon sagen: Wenn es sich nicht um die mechanischen Erscheinungen oder um dasjenige handelt, was auch an den physikalischen Erscheinungen bloss mechanisch ist, - wenn es sich um andere Gebiete handelt als um die mechanischen, dann wird die mechanistische Anschauung dieser anderen Erscheinungsgebiete hinderlich für ein Vordringen zu einem wirklichen, für den Menschen erkennbaren Wesen der Dinge. Und insoferne ist es notwendig, den radikalen Unterschied einer solchen Phänomenologie, wie sie Goethe meint, und wie sie im Goethianismus gepflegt werden kann, hervorzuheben [gegenüber] dem, was eben prinzipiell verzichten will, auf das Wesen der Dinge einzugehen. Das hat gar nichts zu tun wiederum mit irgendeinem Vorzug etwa der mechanistischen Methode für den Beherrschungstrieb der Natur. Denn, meine sehr verehrten Anwesenden, es ist ja selbstverständlich, dass in dem Gebiete, in dem es gerade die grossen Triumphe der letzten Jahrhunderte gegeben hat - nämlich in dem technisch-mechanischen Gebiete -, dass da als Grundlage der mechanistische Teil der Naturerkenntnis eine gewisse Befriedigung des Beherrschungstriebes der Natur geben konnte.

Man frage aber nur, inwieferne zurückgeblieben ist dieser Beherrschungstrieb [oder Erkenntnistrieb] der Natur auf anderen Gebieten. Gerade weil es abgelehnt worden ist, da zu einer ebensolchen Erkenntnis vorzudringen, wie es auf dem me-

chanistischen Gebiete angestrebt worden ist, [ist der Erkenntnisfortschritt auf diesen anderen Gebieten zurückgeblieben].

Der Unterschied des mechanistischen Gebietes und derjenigen Gebiete, die mit dem Physikalischen anfangen und dann durch das Chemische hinauf zu dem Organischen und so weiter gehen, - der Unterschied liegt nicht etwa darinnen, dass man es in diesen höheren Gebieten nur mit [qualitativen] Eigenschaften oder dergleichen zu tun hätte, sondern der Unterschied liegt darinnen, dass einfach dasjenige, was sich auf das mechanistische Gebiet, auf die mechanistische Physiologie bezieht, dass das einfach ist, [dass sich] das einfach ansehen lässt, [weil es] das Elementarste ist. In diesem Elementarsten [haben wir es] daher [da es einfach ist] zu einer gewissen Befriedigung des Beherrschungstriebes gebracht.

Dann [entsteht] aber die Frage: Wie kommen wir zu einer Befriedigung dieses Beherrschungstriebes, wenn wir in die höheren Gebiete hinaufrücken, die nicht mehr im Mechanistischen so erfolgen? Und da wird schon durchaus damit gerechnet werden müssen, dass doch auch Zeiten kommen, ich möchte sagen, welche hinausgehen ein wenig in der Naturbeherrschung über das bloss mechanistische Gebiet.

Es ist auch im mechanistischen Gebiet ausserordentlich leicht, die Nichtbeherrschung, die erkenntnismässige Nichtbeherrschung der Natur - nun, ich möchte sagen [wie als] Rache der Natur, als Rache der Wirklichkeit - [zur Erfahrung zu] bringen. Wenn einer eine Brücke baut, ohne ordentliche Kenntnis der mechanistischen Gesetze für die Eisenbahn, so wird bei irgendeiner entsprechenden Gelegenheit die Brücke zusammenbrechen und der Eisenbahnzug über den Bahndamm hinunter-sausen.

Da tritt sogleich die Reaktion gegen die falsche Beherrschung durch eine falsche Erkenntnis hervor. Wenn die Beherrschung sich beziehen muss auf etwas kompliziertere Gebiete, die aber [nun] hergenommen werden müssen nicht aus dem Quantitativen, nicht aus dem Mechanistischen, sondern die hergenommen werden müssen eben aus dem Vorgehen, wirklich eine Phänomenologie auszuarbeiten, da ist vielleicht dieser Nachweis nicht immer so leicht. Man kann mit einer ziemlichen Sicherheit sagen, dass unter Umständen eine Brücke, wenn sie, nachdem der dritte Eisenbahnzug darüberfährt, zusammenbricht, dass dann die Brücke mit einem mangelnden Erkenntnistrieb aufgebaut worden ist. Aber man wird heute nicht leicht sich dazu entschliessen, wenn dem Arzt jemand, nun, stirbt, nach derselben Weise den Zusammenhang zwischen dem Erkenntnistrieb und der Naturbeherrschung sogleich zu konstatieren. Man sagt weniger, dass der Arzt jemanden zu Tode kuriert hat, als dass jemand eine schlechte Brücke gebaut hat.



Kurz, man sollte etwas sparsamer sein mit diesem Betonen [der Bedeutung] des Beherrschungstriebes der Natur, rein auf Grundlage der bekannten Tatsache hin, dass es bloss auf dem Gebiete der mechanistischen Technik dazu gekommen ist, dass eine solche Befriedigung des Beherrschungstriebes durch die mechanistische Naturanschauung möglich geworden ist.

Die anderen Naturanschauungen werden eben eine ganz andere Befriedigung des Beherrschungstriebes noch geben können. Ich will zum Beispiel da nur auf das hinweisen - ich glaube, ich habe schon gestern von einem anderen Gesichtspunkte aus darauf hingewiesen -, dass man niemals kann die Brücke schlagen von der mechanistischen Weltanschauung herüber zum Menschen; dass aber sogleich die Brücke geschlagen wird, wenn eine richtige Phänomenologie angewendet wird.

Sie haben bei Goethe in seiner «Farbenlehre» nicht bloss die Darstellung der physiologischen Phänomene [und] die Darstellung der physischen Phänomene, sondern Sie haben eben das ganze Gebiet herübergeführt bis zu der sinnlich-sittlichen Wirkung der Farben, wo die Erscheinung, das ganze Gebiet sogleich an den Menschen herangerückt wird.

Und von diesem Gebiete, auf das Goethe da noch hindeutet - der sinnlich-sittlichen Wirkung der Farben -, kommt man herüber, wenn man nun geisteswissenschaftlich weiterarbeitet, in das vollständige Gebiet der Menschenerkenntnis, und damit aber wiederum in das vollständige Gebiet der Naturerkenntnis.

Und es wäre in einer gewissen Weise vielleicht gut, wenn man heute schon aufmerksam machen würde, immer wiederum, darauf, dass ja ein grosser Teil desjenigen, was die Menschheit heute als Dekadenzerscheinungen innerhalb der europäischen Kultur erlebt, zusammenhängt damit, dass wir es eben nur auf der einen Seite, auf der mechanistischen Seite, zu einer Befriedigung des Beherrschungstriebes gebracht haben. Da haben wir es ja in der Tat recht weit gebracht. Nicht nur dazu, dass wir Eisenbahnen gebaut haben, Telegraphen und Telephone angelegt haben, bis wir zu der [drahtlosen und Mehrfach-]Telegraphie gekommen sind, sondern wir haben es ja in diesem Befriedigen des [mechanistischen] Beherrschungstriebes sogar so weit gebracht, dass wir grosse Teile von Europa einbetoniert haben, dass wir sie zerstört haben. Wir haben es bis zur Zerstörung gebracht, bis zu einer gründlichen Befriedigung des Beherrschungstriebes.

Es ist nun so: Diese Befriedigung des Beherrschungstriebes [bis hin zur Zerstörung] - es war doch im Grunde genommen [diese Zerstörung] eine gradlinige Fortsetzung des reinen technischen Beherrschungstriebes; es lag in der geradlinigen Fortsetzung -, diese Dinge gehören auch zu denen, die nun gründlich ausgemerzt werden, wenn an die Stelle der ungesunden Ausdehnung der mechanistischen An-

schauung über die gesamten physikalischen Erscheinungen das tritt, was nun nicht auslöscht einfach das wirklich Spezifische der physikalischen Erscheinungen dadurch, dass alles mit mechanistischen Vorstellungen übergossen wird, sondern wenn man in der Tat aufrückt von dem Mechanistischwerden der Vorstellungen, die auf ihrem Gebiete eben ja auch eine ganz gute Physiologie geben, zu demjenigen, was nun den physikalischen Erscheinungen spezifisch ist.

Und da muss darauf hingewiesen werden, dass gerade diese Betrachtungsweise, die ja selbstverständlich in einer Stunde nicht bis zu ihren letzten Konsequenzen geführt werden konnte, dass diese Betrachtungsweise zu einer Erweiterung, auch des mathematischen Gebietes selber, führen wird, aus der entsprechenden Wirklichkeit heraus. Und wir müssen uns klar sein, dass gerade aus der mechanistischen Verwirrung heraus solche Dinge möglich geworden sind, dass über den sogenannten Äther im Grunde genommen im Laufe der letzten dreissig, vierzig, fünfzig Jahre alle möglichen Ansichten aufgestellt worden sind.

Und der vorhin in bezug auf ein anderes Gebiet erwähnte Physiker Planck ist es ja gewesen, der sich endlich durchgerungen hat zu der Formulierung: Wenn man über den Äther in der Physik überhaupt sprechen will, so darf man ihm jedenfalls keine materiellen Eigenschaften beilegen. Man darf ihn nicht materiell denken. - Dazu ist also doch die Physik gedrängt worden, dem Äther keine materiellen Eigenschaften beizulegen.

Worinnen bestehen denn eigentlich die Fehler in den Äther- Ideen, in den Äther-Begriffen? Nun, meine sehr verehrten Anwesenden, die bestanden gar nicht darin, dass man zuwenig Mathematik getrieben hat oder irgend so etwas, sondern dass man, weil man nur von der Tendenz beseelt war, das Mathematische über das Spezifisch-Physikalische auszudehnen, falsche Mathematik getrieben hat, dass man in die Formeln, in denen auch die Ätherwirkungen [hinein]spielten, die Grössen so einsetzte, wie man sie einsetzt für die ponderable Materie.

In dem Augenblick, wo man sich klar darüber ist, dass die Möglichkeit des Einsetzens der gewöhnlichen Grössen in die mathematischen Formeln aufhört, wenn wir in das Äthergebiet hineinkommen, in dem Augenblick wird auch der Trieb entstehen, eine wirkliche Erweiterung der Mathematik selber zu suchen.

Sehen Sie, man braucht nur auf das Zweifache hinzuweisen. Der Physiker Planck sagt: Wenn man über den Äther in der Physik überhaupt sprechen will, so darf man ihm jedenfalls keine materiellen Eigenschaften beilegen.

In der Einsteinschen Relativitätstheorie, oder überhaupt in der Relativitätstheorie, fand man sich genötigt, den Äther überhaupt zu streichen.

Nun ist der Äther nicht zu streichen - das ist etwas, das ich jetzt nur andeuten kann -, sondern es handelt sich darum, dass wir genötigt werden, in dem Augenblicke, wo wir in unseren physikalischen Formeln, das heisst in die mathematischen Formeln, die auf Physikalisches angewendet werden, übergehen zu dem Äther, dass wir da genötigt werden, in die Formeln die Grössen negativ einzusetzen. [Diese Grössen müssen negativ eingesetzt werden,] weil wir einfach, indem wir von den positiven Materien vorrücken bis zur Nullität, auf der anderen Seite [eben so], wie wir in [der] formalen Physik von den positiven zu den negativen Grössen hinüberkommen, und wir in dem Äther weder ein Nichts haben - was Einstein meint -, noch ein reines Negativum - wie Planck sagt -, das man als Etwas denken muss, sondern, weil man den Äther als etwas denken muss, was mit Eigenschaften behaftet ist, die den Eigenschaften der Materie so entgegengesetzt sind, wie die negativen Zahlen den positiven. Und da gewinnen schon die reinen Ausdehnungen des Mathematischen - man mag nun darüber streiten, was eine negative Grösse ist -, da gewinnt schon, aber noch ehe man dazu kommt, über den Charakter des Negativen selber sich klar zu sein, da gewinnt schon die Ausdehnung der Zahlenlinie ins Negative hinein eine gewisse Bedeutung auch für die Wirklichkeit.

Ich weiss natürlich sehr gut, dass auf mathematischem Gebiet ein bedeutsamer Streit war im 19. Jahrhundert zwischen denjenigen, die etwas Qualitatives gesehen haben in dem positiven und negativen Vorzeichen, während andere wiederum in den negativen Vorzeichen nur einen Subtrahenden gesehen haben, für die der negative Minuend fehlt. Aber darauf kommt es dabei nicht an, sondern dass wir in der Tat genötigt sein können, denselben Weg, den wir in der formalen Mathematik von dem Positiven zu dem Negativen zu machen [genötigt sind], in der Physik selber zu machen, indem [man] von den ponderablen [Wirkungen] in die ätherischen Wirkungen hinübergeht. Dann prüfe man einmal, was aus den Formeln herauskommen wird, wenn man sich entschliesst, die Grössen [so] zu behandeln.

Und dann wird wiederum, trotzdem in der formalen Mathematik wieder viel Gediegenes gearbeitet [worden ist und gearbeitet] werden kann über die Berechtigung der formalen [imaginären] Grössen, dass wir einfach genötigt sind, [auch] in der Physik imaginäre Grössen einzusetzen für die positiven und negativen Grössen. Dadurch aber kommen wir zu einer Vermittlung mit den Grössen des Naturdaseins.

Ich weiss gut, dass dies nur ganz flüchtig skizziert ist, nur in ein paar Worten zusammengefasst ist; aber ich muss dennoch darauf aufmerksam machen, dass es möglich ist, dass man im Fortschritt von der ponderablen Materie bis hinauf zu dem, wo man bis zu den Lebenskräften kommt, überall genötigt ist, in die Formeln negative Grössen einzusetzen, eben für die Umkehrung des materiellen Quantitativen überhaupt. Und dass man dann, sobald man über das Leben hinauskommt, genötigt

wird, überzugehen von blossen negativen Grössen zu imaginären Grössen; dass man da aber nicht bloss formale Grössen hat, sondern Grössen, die nun die Eigenschaft haben, dass [sie sich] nicht mehr [auf] das [positive oder negative] Materielle, sondern [auf] das Substantielle beziehen - was also qualitativ-innerlich so sich verhält, sowohl zu dem Ätherischen [dem Negativ-Materiellen] wie auch zu dem Ponderablen [dem Positiv-Materiellen], wie sich die imaginäre Zahlenlinie zu den positiven und negativen Zahlen, zur realen Zahlenlinie verhält. So dass man in der Tat verbinden kann auch schon dasjenige, was man in der formalen Mathematik hat, mit gewissen Wirklichkeitsgebieten.

Es wäre sehr zu bedauern, wenn Versuche, die darauf hindeuten, die menschlichen Ideen nun der Wirklichkeit anzunähern, die menschlichen Ideen dahin zu bringen, in die Wirklichkeit unterzutauchen, wenn diese an der trivialen Vorstellung scheitern würden, dass dasjenige, was eine wirklich rationelle [und nicht bloss mechanistische Physik und] Physiologie bietet, weniger den menschlichen Naturbeherrschungstrieb befriedigen würde. Es würde ihn mehr befriedigen, als die so glorifizierte Anwendung der mechanistischen Weltanschauung auf die mechanistische Technik. Diese mechanistische Technik hat gewiss der Menschheit in der Kultur-entwicklung auf der einen Seite Grossartiges gebracht. Aber diejenigen, die fortwährend davon sprechen, dass die rechnende Physik - das heisst die so rechnende Physik, wie die Physik eben bisher gerechnet hat -, dass die Physik die [bekannt] gloriosen Fortschritte auf dem Gebiet der Naturwissenschaft, auf dem technischen Felde hat, sollten bedenken, dass unter Umständen auch unter diesem blossen Hinlenken der Aufmerksamkeit auf das rein technische Gebiet gar sehr andere Gebiete gelitten haben könnten. Und dass wir sehr gut gebrauchen könnten, um herauszukommen aus der Misere, aus der Dekadenz, in die uns hineingebracht hat die bloss technische Beherrschung und ihre Grundlagen, die bloss mechanistische Erkenntnis, um herauszukommen aus dieser Misere, aus dieser Dekadenz, dass uns da sehr not tun könnte gerade das Hinneigen zu einer Physiologie [und Physik], die nun wirklich nicht in derselben Weise von einer Ablehnung der Erkenntnis des Wesens sprechen kann, wie das tatsächlich gelten muss für das mechanistische Gebiet, das mechanische Gebiet, das der mechanistischen Erkenntnis zugänglich ist.

Ja, sehen Sie, das [mechanistische Gebiet] hat es aus dem Grunde so leicht, auf das Wesen zu verzichten, weil dieses Wesen, ich möchte sagen, so auf der Hand liegt, weil es sich ja im Räume ausbreitet. Und es ist etwas schwieriger, in derselben Weise so weit zu kommen auf dem Gebiet des Physikalischen, wie auf dem Gebiet des Mechanistischen.

Daher das ganze Reden von dem Nicht-hinein-Kommen in das Wesen. Der Physiker hat es leicht, in einem anderen Sinne, wenn er bloss mechanistisch denken

will, eine Erkenntnis des Wesens abzulehnen. Denn hinter dem, was die heutigen Formeln, so wie sie heute gebracht werden, um das [Mechanistische] mathematisch auszudrücken, gibt es kein Wesen. Das Wesen fängt erst da an, wo man nicht mehr [nur] diese Formeln anwendet, sondern in das mathematische Wesen [selbst] hineindringt.

Das nur zur Beantwortung der Frage, wie man sich das Mathematische ausge- dehnt denken könnte über die Imponderabilität.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Dornach, 15. Oktober 1920

### *Frage über das dritte kopernikanische Gesetz.*

Meine sehr verehrten Anwesenden! Über das dritte kopernikanische Gesetz zu sprechen ist in Kürze nicht möglich. Ich möchte nur einige Bemerkungen über das Historische machen dabei.

Wenn Sie das Grundwerk des Kopernikus nehmen über die Umwälzung der Himmelskörper, durch das ja zuerst die alte ptolemäische Lehre gewissermassen erschüttert worden ist, dann finden Sie in diesem Grundwerk eben drei Gesetze angeführt. Von diesen drei Gesetzen spricht [das erste über die jährliche exzentrische Kreisbewegung der Erde um die Sonne,] das zweite über die Umdrehung der Erde um ihre Achse, das dritte Gesetz aber spricht über die [mit den Jahreszeiten und der Präzession zusammenhängende] Bewegung der Erde um die Sonne. Nun ist eigentlich im weiteren Fortgange der astronomischen Wissenschaft dieses dritte Gesetz des Kopernikus nicht in seiner Vollständigkeit berücksichtigt worden, denn dieses dritte Gesetz des Kopernikus - ich möchte dies nur dem Sinn nach anführen, ich müsste sonst ganz weitläufige Zeichnungen machen, es würde wirklich bis Mitternacht dauern, wenn wir es im einzelnen ausführen sollten -, dieses dritte Gesetz, das wurde zunächst von [den Nachfolgern des] Kopernikus eliminiert.

Kopernikus rechnete aus - zunächst aus den Erscheinungen, die ihm zu Gebote standen -, die täglichen [und die durch die Kreisbewegung der Erde um die Sonne

bewirkten] Veränderungen und sah dabei ab von den [mit den Jahreszeiten zusammenhängenden] jährlichen [sowie säkularen] Veränderungen, die er eben in sein drittes Gesetz fasste, und er sagte dann: Wenn man die täglichen [und die von der Kreisbewegung der Erde um die Sonne abhängigen] Veränderungen der Stellung der Erde zu den anderen Himmelskörpern nimmt, so bekommt man heraus eine gewisse Ansicht über die Umdrehung der Erde um die Sonne. Der stehen gegenüber andere Erscheinungen [wie die Jahreszeiten und die Präzession], welche diese Annahme der Umdrehung der Erde um die Sonne eigentlich aufheben.

Es ist bequem, zunächst - um gewissermassen eine Art Rechnungsmöglichkeit hineinzubringen in die Vorgänge, die sich abspielen zwischen der Erde und den anderen Himmelskörpern - abzusehen von jenen Veränderungen, die erst im Laufe eines Jahres [oder in Jahrhunderten] beobachtet werden können, und die dann die täglichen [und die von der Kreisbewegung der Erde um die Sonne abhängigen] Veränderungen komplizieren. So dass eigentlich die Sache so ist, dass, wenn man die täglichen Veränderungen nach den Annahmen, die Kopernikus in seinem [ersten und] zweiten Satze macht, ausrechnet, so bekommt man die jährliche Umdrehung der Erde um die Sonne. Nimmt man dasjenige hinzu, was er in sein drittes Gesetz fasst, so führt er selber aus, ja, das wirkt geradeso, dass der Faktor, den man [gemäss dem ersten Gesetz] immer eingerechnet hat in die Tagesbewegung, und der dann die jährlichen Bewegungen ergibt, dass der eigentlich zurückgerechnet werden muss, so dass sich eine solche jährliche Bewegung eigentlich [fast] gar nicht ergibt. Dennoch wurde eigentlich dieses dritte kopernikanische Gesetz immer unberücksichtigt gelassen, und man setzte die bequeme Annahme voraus, dass eben die Erde sich um ihre Achse in vierundzwanzig Stunden dreht, und dabei fortschreitet und sich im Jahreslauf um die Sonne bewegt. Das war ja allerdings eine bequeme Sache, solange man dogmatisch bei der kopernikanischen Annahme stehenblieb von dem absoluten Stillstehen der Sonne. Aber da man ja an diesem absoluten Stillstehen der Sonne nicht festhalten kann, so kommt natürlich doch seit längerer Zeit schon im Grunde genommen dieses dritte kopernikanische Gesetz sehr in Betracht.

Und nun kann ich nur resümieren - wie gesagt, die Auseinandersetzung, die sich ganz im einzelnen mathematisch-geometrisch darlegen lässt, die würde Stunden in Anspruch nehmen -, aber es kommt, wenn man nun wirklich das dritte kopernikanische Gesetz ernst nimmt, wenn man es wieder aufnimmt, so kommt nicht eine Bewegung der Erde um die Sonne zustande, sondern es geht gewissermassen so, dass die Sonne sich bewegt, und während das zustande kommen würde, was Umdrehung der Erde um die Sonne wäre, wäre die Sonne schon davongelaufen während dieser Umdrehung. Also die Erde kann sich nicht um die Sonne drehen, sondern die Sonne wäre ihr schon davongelaufen. So dass in Wahrheit dann zustande

kommt ein Fortgehen der Sonne und ein Nachgehen der Erde und der anderen Planeten, der Sonne nach, so dass man es eigentlich zu tun hat mit einer Schraubenlinie, die sich fortbewegt und gewissermassen an einem Punkt die Sonne [und] an einem anderen Ende die Erde wäre. Dadurch, dass man es das eine Mal mit einem solchen Visieren, Erde - Sonne, und mit einem anderen Visieren, schraubenlinienartig fortschreitend, zu tun hat, kommt der Schein der Drehung der Erde um die Sonne zustande. Das Interessante dabei ist eben das, dass man da im Laufe der Fortentwicklung der historischen Astronomie einfach dasjenige, worinnen Kopernikus schon weiter war, als man heute ist, dass man das dritte kopernikanische Gesetz einfach ausgelassen hat und die Astronomie ohne dieses dritte Gesetz - dieses dritte kopernikanische Gesetz, wonach die Erscheinungen eigentlich aufheben dasjenige, was man zuerst errechnet hat, als jährliche Bewegungen der Erde um die Sonne errechnet hat -, und eine Astronomie ohne das aufgebaut hat, und dass man wird, um dem Kopernikus vollständig gerecht zu werden, das wiederum einzuführen haben.

Eine ausserordentlich grosse (...) hat ja die Sache aus dem Grunde nicht, weil man ja, wenn man eine wirkliche Phänomenologie auch auf die Astronomie anwenden wird, vor allem sich klar sein wird darüber, dass man - was ja Fräulein Dr. Vreede schon erwähnt hat -, dass man es mit Bewegungen zu tun hat, die ausserordentlich kompliziert sind, und dass man in den gewöhnlichen geometrischen Konstruktionen, die man diesen Bewegungen zugrunde legt, eigentlich immer nur [einfache geometrische] Verläufe ins Werk setzt, und dann hat man nötig, weil wiederum die Himmelskörper diesen [einfachen] Verläufen nicht folgen, Störungen einzuführen, so dass man immer [wieder zusätzliche] Hilfshypothesen annimmt Wenn man einmal hinauskommt über diese Hilfshypothesen, wird die Astronomie sich ganz anders ausnehmen.

Das kann man aber nicht anders, meine sehr verehrten Anwesenden, als indem man zu einer Naturwissenschaft vorrückt, welche tatsächlich den Menschen einbezieht und diejenigen Erscheinungen, die im Menschen auftreten, wird beobachten lernen; dann wird man durch die Einbeziehung dieser Erscheinungen im Menschen erst eine Anschauung gewinnen können über das, was eigentlich im Weltenraume vorgeht. Denn wir haben heute eine Naturwissenschaft, die, wie auch Dr. Unger ausgeführt hat, durchaus den Menschen eigentlich herausgeworfen hat, die vom Menschen absieht; und eigentlich nur aus diesem Grunde, weil man diese wirklichkeitsfremde Naturwissenschaft hat, die mit allem rechnet, was ausser dem Menschen ist, die aber eben gar nicht mit dem rechnet, was im Menschen vor sich geht, nur aus dem Grunde ist es möglich, dass solche Dinge wie eben die Relativitätstheorie, irgendwie Boden fassen können. Denn, nicht wahr, wirklichkeitsgemäss sind

diese Dinge nicht. Aber wirklichkeitsgemäss denken ist ja etwas, was sich die Menschheit wird erst wiederum anerkennen müssen.

Sehen Sie, wenn Sie einen Stein hier liegen haben (... Zeichnung), so können Sie den in einem gewissen Sinne - aber auch nur in einem gewissen Sinne, immer kommt es an auf die Voraussetzung, die man macht -, man kann dieses als etwas, was ein Sein in sich hat, ansehen. Man kann sagen: Wenn man dasjenige, was man da sieht innerhalb der Grenzfläche, die den Stein umgrenzt, ins Auge fasst, so kommt man zu einer Art Anschauung über den Stein. Aber nehmen Sie an, ich habe statt des Steines eine Rose, die ich abgepflückt habe. Da habe ich nicht in demselben Sinne eine Möglichkeit, ihr Realität zuzuschreiben, wie dem Stein in seinen Grenzen; denn diese Rose kann nicht durch dasjenige, was sie da ist, als abgepflückte Rose, kann sie nicht sein. Sie muss entstehen im Zusammenhange mit etwas anderem. Daher kann man nur sagen: Der Stein hat innerhalb seiner Grenzen ein gewisses wirkliches Sein; die Rose hat innerhalb der Grenzen, in der ich sie als Rose habe, kein Sein, denn sie kann nur am Rosenstock sein, und wenn ich sie vom Rosenstock abtrenne, so ist sie nicht mehr das, was sie ist, denn sie ist in einem Zustande, in dem eigentlich die Bedingungen [zum Sein] nicht mehr in ihr sind, sie kann nicht mehr bestehen.

Dieses Denken, das in die Dinge untertaucht und mit den Dingen rechnet, dieses Denken ist etwas, was erst wiederum anerzogen werden muss, und erst wenn man das wieder haben wird, kann man darauf rechnen, dass auch naturgemäss solche Dinge sich wieder ergeben, wie eine gesunde Astronomie, und dass solche Dinge unterbleiben, wie diese ganz furchtbare Abstraktion, wie sie die Relativitätstheorie darbietet. Die Relativitätstheorie ist eben eine Theorie, die im Grunde genommen mit Dingen rechnet, die ja eigentlich nicht Realitäten sind.

Wenn man die gewöhnliche Formel  $[s = v \cdot t]$  hat, Weg ist gleich Geschwindigkeit mal Zeit, so ist das eine einleuchtende Sache. Ich kann, wenn ich eine Realität aufschreibe, [aber] nur schreiben: (...)

$$[v = \frac{s}{t}]$$

Ich kann alles dasjenige [berechnen], was in einem Realen ist, wenn man es durch die Abstraktion erfasst. Weil ich verschiedenes [auf] abstrakte [Weise] erfassen kann, kann man dann innerhalb des Abstrakten [in mannigfaltiger Weise] rechnen. Aber man darf nicht glauben, dass dann diese Abstraktionen auch Realitäten



sind. Wirklichkeiten sind eigentlich in der unorganischen Welt nur Geschwindigkeiten, und sowohl Zeit wie Raum sind nur abstrakt. Und wenn man anfängt, mit Zeit und Raum zu rechnen, ist es selbstverständlich, dass man ins Irreale hineinkommt, und wenn man im irrationalen Denken sich bewegt, dass man nicht wiederum hineinkommen kann ins Reale. Diese Dinge hängen also zusammen ganz innig mit sehr bedeutsamen Zeitmängeln. Wir sind einmal gekommen im Laufe der neueren Zeit dadurch, dass die Menschheit vom Geiste ganz abgesehen hat, indem sie die Natur zu erfassen versuchte, wir sind hineingekommen in eine Bewegung unseres ganzen Seelischen in Abstraktionen. Dieses Bewegen in Abstraktionen, das ist in einem gewissen Sinne etwas ausserordentlich Bequemes. Denn man hat nicht nötig, erst sich selbst zu erziehen, in die Dinge unterzutauchen. Es ist ja ganz selbstverständlich, dass es leichter ist, in Raum und Zeit zu denken, als in die Qualitäten der Dinge nun unterzutauchen und sich klar zu sein darüber, dass irgend etwas, was nun im Zusammenhange mit einem anderen überhaupt als Reales gedacht werden darf, dass man das als Reales nun denken kann. Es ist tatsächlich so, dass, wenn man als Mensch mit einem ausgebildeten Denken, mit einer ausgebildeten Erkenntnissehnsucht nach Realität, die Einsteinschen Ausführungen oder die Einsteinsche Relativitätstheorie überhaupt liest, dass man - gewiss, Sie brauchen das nicht zu glauben, aber es ist doch so -, dass man eigentlich Qualen durchmacht, wenn man einen Realitätssinn hat. Denn natürlich, alle diese Dinge, die da ausgeführt werden, die mathematisch ganz konsequent sind, alle diese Dinge sind im Grunde genommen gar nicht für einen, der Wirklichkeitsinn hat, in Gedanken vollziehbar. Man soll sich doch nur einmal vorstellen, wenn man den ganzen Gedankenkomplex behält, was es für einen Sinn haben soll, dass irgend jemand, der (...) [in eine Schachtel eingebettet ist und mit hoher Geschwindigkeit eine Reise durch den Weltraum macht,] unter Verhältnissen behandelt wird, durch die er dann unter ganz andere Generationen hereinkommt [wenn er zurückkommt]. Wenn man so etwas bedenkt, denkt man natürlich nur in Raum und Zeit. Man denkt nicht an das äussere Wesen desjenigen, mit dem man da das Gedankenexperiment ausmacht, dass das inzwischen selbstverständlich kaputtgehen muss. Das mag im Grunde genommen naiv sein für einen solchen Denker, der Relativitäts-Denker aus Fanatismus ist. Aber für die Wirklichkeit kommt das in Betracht. Und dem Menschen, der Wirklichkeitsinn hat, dem verbietet sich [das Ausdenken] eben dieser Dinge. Und man kann dann nicht anders - mag es der Relativitäts-Theoretiker noch so naiv finden -, man kann nicht anders, als so zu denken.

Wenn man also fährt zum Beispiel in einem Auto und man hat das, was man eine Panne nennt. Nehmen wir einmal an, es ist gleichgültig, ob ich denke, dass das Auto mit mir dahinsaut über die Fläche, oder ob das Auto ganz ruhig ist und die Fläche unter mir wegsaut. Ich möchte einmal wissen, wenn man nun eine Panne hat,

warum - wenn das ganz gleichgültig sein sollte - warum es just, wenn die Panne, die ja doch nur das Auto angeht, warum es just der Erde einfallen soll, wenn die Panne da ist, da nun plötzlich zu streiken wegen diesem bisschen Panne. Nicht wahr, wenn das ganz gleichgültig wäre, so würde das nicht auf die äussere Veränderung der Sache ankommen. Wie gesagt, das ist alles furchtbar naiv gedacht für einen Relativitäts-Theoretiker, aber das sind heute doch die Realitäten. Und derjenige, der mit seinem Denken in der Wirklichkeit lebt und nicht innerhalb einer Abstraktion, innerhalb der man ganz konsequent denken kann, der muss auf diese Dinge aufmerksam machen.

Und so leben wir im Grunde genommen in einer theoretischen Astronomie, und ein klassisches Beispiel - es sollte ja nur als ein Beispiel angeführt werden - ist dieses Abgesehenwerden, das Beiseiteschieben dieses dritten kopernikanischen Gesetzes, weil es eben unbequem ist, weil da eben die Arbeiten einen belehren, dass man nicht so bequem rechnen kann, wie man es tut. Was tut man denn? Ja man macht das, dass man sagt: Nun rechnet man mit den zwei kopernikanischen Gesetzen, da kommt aber doch die Geschichte nicht heraus, da stimmen ja die Mittagszeiten nicht. Also wird täglich eine Korrektur eingeführt, die sogenannte Besselsche Korrekturzahl. Wenn man das aber ernst nimmt, dann kommt eben die Notwendigkeit heraus, das dritte kopernikanische Gesetz zu berücksichtigen, das heisst, da kommt man in die Wirklichkeiten hinein.

Es ist hier wirklich mehr zu tun darum, das Prinzipielle solcher Dinge einzusehen. Denn, sehen Sie, im Prinzipiellen leben wir eigentlich heute so darinnen, dass nach den verschiedenen Richtungen hin eben jene Irrwege entstehen, von denen drei auf einem bestimmten Gebiet heute abend Herr Steffen ganz ausgezeichnet aufgezeigt hat. Aber diese Irrwege treten einem heute in der Realität sehr stark entgegen, und sie spielen in das Leben hinein. Dasjenige, was wir uns aneignen haben aus der irrationalen mathematischen Denkweise, die sie ist, es hat so viel für sich, dass es geradezu, ich möchte sagen, ein Probierstein für die Genialität des Denkens nach und nach geworden ist. Es ist wirklich schon so, meine sehr verehrten Anwesenden: Hat man Wirklichkeitssinn, dann hilft einem manchmal die Genialität viel weniger, als wenn man keinen Wirklichkeitssinn hat. Denn, sehen Sie, hat man Wirklichkeitssinn, so muss man sich an die Realität halten. Man muss in die Dinge untertauchen, man muss mit den Dingen leben. Hat man keinen Wirklichkeitssinn, so kann man, wenn man eben nur die mathematische Formel und die mathematische Methode handhabt, in der allergeistreichsten Weise in den Raum und auch in die Zeit hineinrechnen, und man kann da zu ganz furchtbaren Abstraktionen aufsteigen.

Und diese Abstraktionen, die haben manchmal etwas so Verführerisches. Ich erinnere nur an die moderne Mengenlehre, nicht wahr, die zur Grundlage gemacht

wird für die Erklärung des Unendlichen. Da haben Sie eine Auflösung des mathematischen Prinzips in sich selbst, eine Auflösung der Zahl in sich selbst, indem nicht mehr die Zahl im Sinne der gewöhnlichen Zahl nur genommen wird, sondern indem irgend eine Menge verglichen wird mit einer anderen, bei der man von der Qualität der einzelnen Einheiten und auch von der Ordnung der einzelnen Einheiten absieht und nur eine Zuordnung vornimmt. Und man kommt ja dann zu der Möglichkeit, gewisse Unendlichkeitstheorien aufzubauen. Aber man schwimmt fortwährend in Abstraktionen. Im konkreten Wirklichen lassen sich die Dinge durchaus nicht durchführen.

Das hat nun eine grosse Bedeutung, dass allmählich man gewöhnt worden ist, abzusehen von diesem Untertauchen ins Wirkliche. Sehen Sie, in dieser Beziehung muss Geisteswissenschaft tatsächlich manches zurechtrücken. Ich habe Ihnen zwei Gegensätze angeführt. Scheinbar hat das natürlich mit der Theorie nichts zu tun, aber in Wirklichkeit sehr viel, denn bei all diesen Dingen handelt es sich viel mehr, als um eine Theorie -, die sich schon von selber korrigieren kann, wenn eine gesunde Denkungsweise da ist -, viel mehr handelt es sich um die Ausbildung eines gesunden Denkens, eines Denkens, das nun nicht bloss logisch ist, denn das Logische gilt auch für das Mathematische, und man kann einfach mit dem Logischen in das Mathematische hineinrechnen, und dann bekommt man dabei durchaus an sich konsequente Gebilde, die aber keine Anwendung für die Wirklichkeit zu haben brauchen. Und wir sind nun so weit gekommen, dass wir in der Gegenwart geradezu zeigen können, wie die Dinge sich für dieses undisziplinierte Denken, das keinen rechten Sinn hat für die Wirklichkeit, doch eigentlich ausnehmen.

Da haben Sie auf der einen Seite einen Versuch, ich möchte sagen, alles zusammenzunehmen, was die heutige Wissenschaft bieten kann, in dem berühmten Buche, das ja in Tausenden und Tausenden, Zehntausenden und Zehntausenden, ich glaube, in siebzig- oder achtzigtausend Exemplaren bereits verkauft worden ist: das Spenglersche Buch «Der Untergang des Abendlandes». Das bedeutet ja, wie Sie wissen, vier- bis fünfmal so viele Leser, und wir wissen ja, welch ungeheuren Einfluss dieses Buch auf das heutige Denken hat, weil es ja im gewissen Sinne aus dem heutigen Denken heraus [entstanden] ist. Es ist mutvoll aufgebaut, weil es die letzten Konsequenzen dieses Denkens zieht. In diesem Buche nimmt Spengler alles, was es gibt an Astronomie, an Geschichte, an Naturwissenschaft, Kunst, Wissenschaft, alles nimmt er zusammen, und man muss sagen, die Beweiskraft ist eine ausserordentlich grosse. Weil Spengler wirklich so denkt, hat er den Mut, die letzte Konsequenz [aus dem] zu ziehen, wie eigentlich heute gedacht werden muss, wenn man im richtigen Sinne der heutigen Zeit Astronom, im richtigen Sinne der heutigen Zeit Botaniker, Kunstwissenschaftler, Kunsthistoriker und so weiter ist. Da kann man eben das finden, streng bewiesen - und das ist unbedingt durch das Spenglersche

Buch klargelegt -, ebenso streng bewiesen, dass im Beginne des dritten Jahrtausends die Zivilisation des Abendlandes in die vollständige Barbarei eingegangen [sein wird], wie man zum Beispiel behaupten kann den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie oder irgend etwas anderes, was einem gewisser erscheint als die mechanische Wärmetheorie.

Das kann man schon sagen: durch dieses Buch ist das erreicht, dass man nicht bloss den Untergang des Heutigen sehen kann, sondern dass das Buch einem [zukünftige Ereignisse] so beweisen kann, wie nur irgend etwas heute wissenschaftlich bewiesen zu werden pflegt. Denn ebensogut wie die Astronomie, oder irgend etwas anderes — jedenfalls viel besser, als die Relativitätstheorie bewiesen ist -, so wird von Spengler der Untergang des Abendlandes nach den Methoden der heutigen Wissenschaft bewiesen. Und entgehen kann man ja natürlich nur dieser Beweisführung, wenn man die anderen Faktoren sieht, die eben Spengler nicht sieht. Das sind eben diejenigen, die von dem jetzigen Zeitpunkte an in der Menschheit ganz neue Impulse aufgehen lassen, die eben aus dem Innersten des Menschen heraus geboren werden müssen, und die eben eine solche bloss auf das Gegenwartsdenken bauende Wissenschaft nicht sehen kann.

Nun aber, wie nimmt sich dieses Spenglersche Denken aus? Spengler denkt nicht wie die Relativitätstheoretiker, Oswald Spengler denkt schon eigentlich in den Kategorien der Wirklichkeit. Aber all das, was er denkt, das passt immer nicht zusammen. Er bildet sich Begriffe über Astronomie, über Biologie, Begriffe über Kunstentwicklung, über Architektur, über Plastik. Diese Begriffe, die passen immer nicht zusammen. Und so bekommt er eigentlich ein Begriffsgebilde, das ich mit so ineinander gezogenen, durcheinander sich stossenden Kristallgestalten vergleichen möchte. Das schiebt sich alles durcheinander, das zertrümmert sich gegenseitig, und indem man das Spenglersche Buch durchnimmt, hat man, wenn man Wirklichkeitsinn hat für seine Begriffe, fortwährend Begriffe, die ganz voll sind (... Zeichnung). Oswald Spengler ist ein Mensch, der denken kann, und der sich Begriffe bilden kann. Nur zerstören sich diese Begriffe gegenseitig, sie zersprengen, zerschleifen sich, zerscheren sich. Es bleibt nichts ganz, weil immer ein Begriff der Ertöter des anderen ist. Es ist eigentlich ein Furchtbares, wüstes Treiben, wenn man mit Wirklichkeitsinn dem Fortgang der Spenglerschen Vorstellungen folgt.

Also bei Oswald Spengler liegt das vor, dass er gewissermassen einen Pol des heutigen Denkens darstellt, den Pol, der auf das hinausläuft, dass man aus allen Gebieten heraus Begriffe bildet und dann eine Einheit bildet. Die Philosophen definieren wiederum so schön im Abstrakten, dass man alle diese Begriffe, die man findet in den einzelnen Wissenschaften, sammeln soll, und dass man dann ein gewisses System bilden soll, um zu einer Spitze zu kommen. Man kommt nicht zu einer

Spitze, sondern zu so etwas, was sich gegenseitig zerschellt, zersplittert, zerstört. Oswald Spengler ist schon ein viel besserer Philosoph für die heutige Wissenschaft als manch andere [Philosophen], die nur nicht den Mut haben, die Begriffe so scharf zu zeichnen, und bei denen sie sich daher nicht zerstören. Sondern, weil sie überall dasjenige, was eigentlich Tigerklauen sind, verwechseln mit Katzenpfoten und dergleichen, wenn sie auf die Wissenschaft hin arbeiten in der Philosophie, dadurch kommen dann jene komischen Gebilde zustande, die heute vielfach als philosophische Konsequenzen der einzelnen wissenschaftlichen Untersuchungen gelten. Also wenn man auf ernsthafte Weise auf das, was sich ergibt, hinschaut, hat man eben da den Oswald Spengler, der, wie gesagt, in allen Wissenschaften erfahren ist, kenntnisreich ist in allem, was man heute eigentlich als Wissenschaft so aufbringen kann aus den philosophischen Gebräuchen.

Auf der anderen Seite steht der andere Popularphilosoph, wenn er auch nicht so angebetet ist, der in einem besonderen Exemplar in dem Grafen Hermann Keyserling vorhanden ist; der unterscheidet sich von Oswald Spengler dadurch, dass seine Begriffe nirgends einen Inhalt haben. Während Spenglers Begriffe ganz vollsaftig sind, [sind] die Begriffe Keyserlings ganz leer. Die können sich eigentlich immer ganz gut vertragen, denn sie sind im Grunde eigentlich bloss ausgepresste Worthülsen. Der einzige Gedanke, der aber eine ausgepresste Worthülse ist, der einzige Gedanke ist, dass sich der Geist mit der Seele vereinigen soll. Die Anthroposophie greift der Graf Hermann Keyserling heftig an, indem er mir zum Beispiel auch vorwarf in der «Zukunft», ich zergliedere ja den Menschen in verschiedene Glieder, in einen Ätherleib, Empfindungsleib, Empfindungsseele und so weiter, aber der Mensch ist doch eine Einheit und wirkt als eine Einheit.

Ja, meine sehr verehrte Anwesenden, der Gedanke [dass der Geist sich mit der Seele vereinigen soll] erscheint verflucht gescheit, wenn er so dasteht als eine ausgepresste Gedankenhülse in dem letzten Werke von Hermann Keyserling. Der Gedanke ist aber nicht gescheiter als der, wenn einer sagt: ja, ein Anzug, der ist doch eine Einheit, es geht nicht an, dass man einen Anzug in Weste, Hose und Stiefel und so weiter teilt, das ist ja alles eine Einheit, und deshalb darf auch mir der Schneider nicht den Rock extra machen und das Beinkleid, und ich soll auch noch zum Schuster gehen, dass er mir die Stiefel dazu macht - das ist ja alles eine Einheit. Am Menschen sind ja alle diese Dinge selbstverständlich eine Einheit. Aber wenn man der Meinung ist, dass nun das ganze durcheinander genäht werden soll, dass irgendein Kleidungsstück entstehen soll, das nun aus Rock und Hose und wahrscheinlich auch noch aus Stiefeln und so weiter [besteht, dann macht das einfach keinen Sinn, auch wenn aus einem abstrakten] Idealismus [heraus] der Graf Hermann Keyserling [daraus eine] Einheit machen will (...).

Das ist nun der andere Pol, meine sehr verehrten Anwesenden. Auf der einen Seite der Oswald Spengler mit Begriffen, die sich überall verwüsten gegenseitig, auf der anderen Seite der Keyserling mit seinen absolut leeren Begriffen, in denen nichts drinnen ist, so dass man, wenn man Spengler durchliest, Qualen durchmacht, wenn man Wirklichkeitsgeist hat, wenn man dieses Stossen und dieses Quetschen der Begriffe, dieses Ineinanderschieben mitmacht. Das macht man durchaus mit, namentlich wenn man künstlerischen Sinn hat. Es ist ein durchaus unkünstlerisches Gebilde, dieses Oswald Spenglersche Buch. Bei dem Keyserlingschen Buch, da liest man eine Seite, da hört man auf, denn man kriegt keine Luft; sie sind nämlich luftleer, diese Begriffe. Man will etwas denken, aber es ist nichts darinnen, es wird nur Wort an Wort, Satz an Satz gereiht, und die Leute können das furchtbar leicht verstehen, und sie finden sich gerade in solche Dinge ausserordentlich behaglich hinein, insbesondere, wenn ihnen solche impotenten Udenker dann auch noch sagen: Ja, an dem, was an Tatsachen die Geisteswissenschaft konstatiert, da mag etwas Wahres sein, das kann ich aber nicht prüfen, ich will daher es nicht annehmen, ich bin eben durchaus kein Mensch, der Intuitionen hat - und so weiter.

Selbstverständlich, das lässt sich den Leuten besonders schmieren, besonders bei denen, die es auch nicht können, denen ist natürlich einer, der das auch nicht prüfen kann, wesentlich lieber, besonders im heutigen Zeitalter, als einer, bei dem sie sich erst heranranken müssen. Die Schreibereien insbesondere in bezug auf Kunst sind haarsträubend, aber dies findet heute ein grosses Publikum. Das ist etwas, was ich noch sagen wollte.

Nun werden Sie vielleicht auch schon ein Gefühl gewonnen haben, meine sehr verehrten Anwesenden, wenn ich Ihnen anführe dasjenige, was in dem Goetheschen Satz steckt: «Das Was bedenke, mehr bedenke Wie». Sehen Sie, beim Spengler können Sie das Was bedenken, denn er bringt viel Was. Aber Goethe wusste, es kommt bei einer Weltanschauung darauf an, dass man bei einem gewissen Wie in dem Zusammenordnen, Organisieren, Harmonisieren, in dem möglichen inneren Organisieren der Vorstellungen, das Ganze der Weltanschauung sieht. Daher kann man sagen beim Spengler: das Was bedenke. Er bedenkt es so, wie man es bedenken muss; aber das Wie bedenkt er gar nicht. Goethe fordert vor allen Dingen das Bedenken des Wie, die Ausgestaltung. Bei Hermann Keyserling könnte man zurufen: Nun ja, ein scheinbares Wie hat er, aber es steckt kein Was darinnen; da ist es auch wiederum etwas schimmelig mit dem Wie, nicht wahr?

## FRAGENBEANTWORTUNG

Stuttgart, 15. Januar 1921

*Frage über die Notwendigkeit der anthroposophischen Einstellung. Warum muss man beim Einstein-Problem plötzlich mit umgekehrten Vorzeichen arbeiten, da wo man vom Ponderablen zum Äther übergeht?*

Das ist natürlich ganz ohne anthroposophische Einstellung zu machen, indem man einfach die Dinge so macht, wie auf zahlreichen anderen Gebieten der Wissenschaft auch: Man studiert die Phänomene. Ich habe gezeigt, wie man unbefangen die Phänomene der sogenannten Wärmelehre betrachtet in einem Kursus, den ich vor einigen Monaten vor einer kleineren Anzahl von Zuhörern hier gehalten habe. Dann handelt es sich darum, dass man dasjenige, was sich für die Phänomene darbietet, versucht in mathematischen Formeln auszudrücken.

Es ist ja das Eigentümliche mit einem solchen Ausdrücken in mathematischen Formeln, dass es nur dann richtig ist, wenn es dem Vorgang, den man dann beobachten kann, entspricht; wenn gewissermassen dasjenige, was sich aus der mathematischen Formel heraus ergibt, in der Wirklichkeit zutrifft, wenn es verifiziert werden kann durch die Wirklichkeit. Wenn Sie in einem abgeschlossenen Raum erwärmtes, unter Druck stehendes Gas haben, und die Phänomene, die da entstehen, begreifen wollen, so werden Sie sehr gekünstelt die Formeln von Clausius und andere Formeln zwar anwenden können, aber Sie werden sehen - das wird auch heute zugegeben -, wie die Tatsachen mit den Formeln nicht übereinstimmen.

Bei der Theorie von Einstein ergibt sich das Merkwürdige, dass zunächst Experimente vorliegen. Diese Experimente werden aufgebaut, weil man gewisse Theorien voraussetzt. Die Experimente bestätigen diese Theorie nicht, und man baut dann eine andere Theorie auf, die nur auf gedachten Experimenten eigentlich beruht.

Dagegen, wenn Sie den Versuch machen, einfach die Erscheinungen der Wärme so zu behandeln, dass Sie dafür in die Formeln einsetzen entsprechende positive und negative Vorzeichen, je nachdem Sie es zu tun haben mit leitender oder strahlender Wärme, dann werden Sie diese Formeln verifiziert finden durch die Wirklichkeit.

Allerdings, wenn man zu anderen Imponderabilien übergeht, dann kann man nicht stehenbleiben beim blossen Negativ-Setzen, sondern dann muss man zum Negativ-Setzen hinzufügen andere Verhältnisse. Man muss gewissermassen sich

vorstellen eine Kraft, die im Ponderablen wirkt in radialer Richtung. Und dasjenige, was dem Gebiet des Ätherischen angehört, als von der Peripherie herkommend, aber doch mit negativen Vorzeichen, nur in [einer] Kreisfläche wirkend. Und so muss man, indem man zu anderen [Im-]Ponderabilien geht, die betreffende Grösse anders einsetzen, dann wird man finden, dass man zu Formeln kommt, die sich durch die Erscheinungen verifizieren lassen.

Das ist der Weg, der von jedem gegangen werden kann, auch wenn er sich nicht anthroposophisch einstellt.

Aber etwas anderes möchte ich dabei betonen: Glauben Sie nicht, dass diejenigen Dinge, die ich Ihnen in diesen vier Vorträgen erzählt habe, Ihnen so erzählt worden sind, weil ich mich anthroposophisch eingestellt habe, sondern weil sie so sind. Und dasjenige, was anthroposophische Einstellung ist, das folgt nur daraus, dass man sachgemäss die Dinge übersieht. Die anthroposophische Einstellung geht nicht den Dingen voran, sondern sie folgt hinterher nach. Man will unbefangen die Dinge erkennen und verstehen, und dann kann die anthroposophische Einstellung erfolgen. Es wäre schlimm um das, was ich gesagt habe, bestellt, wenn man von vorurteilsvoller Einstellung ausgehen müsste. Nein, darum handelt es sich gar nicht, sondern darum handelt es sich, streng empirisch die Phänomene zu verfolgen. Die anthroposophische Einstellung muss dann das letzte sein; wenn ich auch durchaus nicht etwas anderes behaupten möchte, als dass sie trotzdem immer das beste sein kann.

*[Nach Ausführungen über andere Fragen sagt Rudolf Steiner zum Schluss:]*

Ich kann nur immer wieder betonen, dass es wirklich nicht im Sinne irgendeiner Sektiererei oder irgendeines Dilettantismus ist, was hier in Stuttgart als anthroposophisch orientierte Geisteswissenschaft sich geltend machen will, sondern das, wenn das auch mit noch so schwachen Kräften heute erst angestrebt werden kann, was angestrebt werden will, das ist echte, wahre Wissenschaftlichkeit. Und je mehr man in diesem Sinne Geisteswissenschaft prüfen wird, desto mehr wird man erkennen, dass sie durchaus jeder wissenschaftlichen Prüfungsmethode gewachsen ist.

Geisteswissenschaft wird durchaus nicht mit solchen Missverständnissen überhäuft, wie sie heute überhäuft wird, aus wirklicher Wissenschaftlichkeit heraus, sondern ihre Gegner bekämpfen sie wahrhaftig nicht, weil sie zu wissenschaftlich sind, sondern - man gehe der Sache nach - weil sie zu wenig wissenschaftlich sind.



Aber wir brauchen in der Zukunft nicht ein Versiegen, sondern ein Steigern, einen echten wahren Fortschritt der Wissenschaftlichkeit, und das kann zuletzt doch nur ein solcher Fortschritt sein, der nicht nur ins Materielle, sondern auch ins Geistige ganz exakt hineinführt.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Dornach, 7. April 1921

*Frage: Es ist gesagt, die drei Dimensionen des Raumes wären nicht gleich in ihrer Struktur. Wo liegt der Unterschied? Es ist jedenfalls der Satz in dieser Weise niemals gefasst worden: Die drei Dimensionen des Raumes seien «nicht gleich in ihrer Struktur», sondern dasjenige, auf das wahrscheinlich hier hingewiesen ist, ist das folgende. Wir haben zunächst den mathematischen Raum, den Raum, den wir uns so vorstellen - wenn wir uns überhaupt eine exakte Vorstellung davon machen -, dass wir uns drei aufeinander senkrecht stehende Dimensionsrichtungen vorstellen, den wir uns also etwa definieren durch die drei aufeinander senkrecht stehenden Koordinatenachsen.*

So wie wir gewöhnlich mathematisch diesen Raum betrachten, ist eine absolute Gleichbehandlung der drei Dimensionen vorhanden. Wir machen so sehr keinen Unterschied zwischen den Dimensionen oben-unten, rechts-links, vorne-rückwärts, dass wir uns eventuell sogar diese drei Dimensionen als vertauschbar denken können. Es kommt schliesslich beim blossen mathematischen Raum gar nicht darauf an, ob wir, wenn wir die  $x$ -Achse und die  $z$ -Achse aufeinander senkrecht stehend, und die  $y$ -Achse darauf wieder senkrecht stehend haben, nun die Ebene, auf der die  $y$ -Achse steht, oder ob wir diese Achse selbst «horizontal» oder «vertikal» nennen oder dergleichen. Ebenso kümmern wir uns bei diesem Raum sozusagen nicht um seine Begrenztheit. Nicht etwa, dass wir ihn grenzenlos vorstellten. Bis zu dieser Vorstellung steigt man ja gewöhnlich nicht auf, sondern man stellt ihn so vor, dass man sich um seine Grenzen nicht kümmert, vielmehr stillschweigend die Annahme macht, man könne von jedem Punkte - sagen wir zum Beispiel der  $x$ -Richtung - ausgehen und ein weiteres Stück an dasjenige, was man bereits nach der  $x$ -Richtung abgemessen hat, dazufügen, zu diesem wieder ein Stück und so weiter, und man würde niemals veranlasst sein, irgendwo ans Ende zu kommen.

Gegen diese im Sinne der euklidischen Geometrie liegende Vorstellung vom Räume ist schon von Seiten der Metageometrie. im Laufe des 19. Jahrhunderts manches aufgestellt worden. Ich will nur daran erinnern, wie zum Beispiel Riemann unterschieden hat zwischen der «Unbegrenztheit» des Raumes und der «Unendlichkeit» des Raumes. Und zunächst ist auch für das rein begriffliche Vorstellen gar keine Nötigung vorhanden, den Begriff der «Unbegrenztheit» und den der «Unendlichkeit» als identisch anzunehmen. Nehmen Sie zum Beispiel eine Kugeloberfläche. Wenn Sie auf eine Kugeloberfläche zeichnen, so werden Sie finden, dass Sie nirgends an eine Raumgrenze kommen, durch die Sie gewissermassen im Fortführen Ihrer Zeichnung gehindert werden können. Sie werden gewiss weiterzeichnen, in Ihre letzte Zeichnung wieder hineinfahren; aber Sie werden niemals, wenn Sie auf der Kugeloberfläche bleiben, genötigt sein, sich durch eine Grenze im Zeichnen aufhalten zu lassen. So dass Sie sich also sagen können: Die Kugeloberfläche ist in bezug auf meine Fähigkeit, darauf zu zeichnen, unbegrenzt. - Aber niemand wird deshalb behaupten, dass die Kugeloberfläche unendlich ist. Also man kann unterscheiden, rein begrifflich, zwischen der Unbegrenztheit und der Unendlichkeit.

Das kann nun unter gewissen mathematischen Voraussetzungen auch auf den Raum ausgedehnt werden, kann so auf den Raum ausgedehnt werden, dass man sich vorstellt: Wenn ich in der  $x$ - oder  $y$ -Achse eine Strecke dazusetze, und dann wieder eine und so weiter, und da niemals gehindert werde, immer weitere Strecken anzusetzen, so könnte die Eigenschaft des Raumes zwar für seine Unbegrenztheit sprechen, aber nicht für die Unendlichkeit des Raumes. Es brauchte trotz dieser Tatsache, dass ich immer neue Stücke anstückeln kann, der Raum durchaus nicht unendlich zu sein, er könnte unbegrenzt sein. Also diese beiden Begriffe müssen auseinandergehalten werden. So dass man also annehmen könnte, dass der Raum, dann, wenn er zwar unbegrenzt, aber nicht unendlich wäre, in derselben Weise, als Raum aber jetzt, eine innerliche Krümmung hätte, dass er also in irgendeiner Weise ebenso in sich wiederum zurückkehren würde, wie eine Kugeloberfläche in sich zurückkehrt.

Gewisse Vorstellungen der neueren Metageometrie rechnen durchaus mit solchen Annahmen. Niemand kann eigentlich sagen, dass gegen solche Annahmen sich sonderlich viel einwenden lässt; denn, wie gesagt, es gibt gar keine Möglichkeit, aus dem, was wir am Räume erfahren, etwa seine Unendlichkeit in irgendeiner Weise abzuleiten. Er könnte ganz gut in sich gekrümmt sein und dann endlich sein.

Ich kann diesen Gedankengang natürlich nicht ausführen, denn er ist fast der durchgehende Gedankengang der ganzen neueren Metageometrie. Sie finden aber in Abhandlungen von Riemann, Gauss und so weiter, die ja leicht erhältlich sind,

genügend Anhaltspunkte, um, wenn Sie auf solche mathematischen Vorstellungen Wert legen, auf sie einzugehen.

Das ist also zunächst von der rein mathematischen Seite her das, was in den, ich möchte sagen starren, nach allen Seiten neutralen Raum der euklidischen Geometrie Einwände hineingebracht hat, die eben nur abgeleitet waren aus der «Unbegrenztheit». Aber dasjenige, auf das in der Frage hingedeutet wird, wurzelt noch in etwas anderem. Nämlich darinnen, dass der Raum, mit dem wir zunächst rechnen und der uns zum Beispiel in der analytischen Geometrie vorliegt, wenn wir uns eben mit den drei aufeinander senkrecht stehenden Koordinatenachsen zu tun machen, dass der Raum zunächst ein Abstraktum ist, eine Abstraktion. Und eine Abstraktion - aus was? Das ist die Frage, die noch zuerst aufgeworfen werden muss.

Es handelt sich darum, ob man bei dieser Abstraktion «Raum» stehenzubleiben hat, oder ob das nicht der Fall ist. Hat man bei dieser Abstraktion *des* Raumes stehenzubleiben? Ist das der einzige Raum, von dem man sprechen kann? Besser gesagt: Ist dieser abstrakte Begriff des Raumes der einzige, von dem man berechtigterweise sprechen kann, dann kann man eigentlich nur das eine einwenden, dasjenige, was eben in der Riemannschen oder einer anderen Metageometrie genügend angewendet wird.

Die Sache liegt ja so, dass zum Beispiel die Kantschen Raumdefinitionen durchaus auf dem ganz abstrakten Raumbegriff, bei dem man sich um Unbegrenztheit der Unendlichkeit zunächst nicht kümmert, aufgestellt sind, und dass dann im Laufe des 19. Jahrhundert auch innerlich, in bezug auf seinen Vorstellungsgehalt, dieser Raumbegriff eben von der Mathematik erschüttert worden ist. Es kann keine Rede davon sein, dass etwa die Kantschen Definitionen auch noch gelten würden für einen Raum, der zwar nicht unendlich, aber unbegrenzt ist. Überhaupt würde da noch manches im weiteren Verlaufe der «Kritik der reinen Vernunft», die Paralogismenlehre zum Beispiel, ins Wanken kommen, wenn man eben genötigt wäre, überzugehen zu dem Begriff des unbegrenzten, in sich gekrümmten Raumes.

Ich weiss ja, dass für das gewöhnliche Vorstellen dieser Begriff des gekrümmten Raumes Schwierigkeiten macht. Allein vom rein mathematisch-geometrischen Standpunkte aus lässt sich gegen das, was da angenommen ist, nichts anderes einwenden, als dass man sich eben in einem zunächst ganz wirklichkeitsfernen Gebiet der reinen Abstraktion bewegt. Und wer genauer zusieht, wird finden, dass in den Ableitungen moderner Metageometrie im Grunde genommen ein merkwürdiger Circulus liegt. Es ist dieser, dass man zunächst ausgeht von dem Vorstellen der euklidischen Geometrie, die sich also nicht kümmert um eine Begrenztheit des Raumes. Daraus bekommt man dann gewisse abgeleitete Vorstellungen, also sa-

gen wir Vorstellungen, die sich eben auf so etwas wie eine Kugelfläche beziehen. Und dann kann man wiederum, indem man mit den Formen, die sich da ergeben, gewisse Relegierungen oder Umdeutungen vornimmt, von da aus Interpretationen des Raumes machen. Man sagt alles eigentlich unter Voraussetzung der euklidischen Koordinatengeometrie. Man bekommt unter dieser Voraussetzung ein gewisses Krümmungsmass heraus. Man kommt bis zu den Ableitungen. Alles durchaus mit den Vorstellungen der euklidischen Geometrie. Dann aber wendet man sozusagen um. Man benützt nun diese Vorstellungen, die sich erst mit Hilfe der euklidischen Geometrie ergeben können, also zum Beispiel das Krümmungsmass, um nun wiederum zu einer anderen Vorstellung zu kommen, die zu einer Relegierung führen und für das von den krummen Formen Gewonnene eben wiederum eine Deutung ergeben kann. Im Grunde genommen bewegt man sich da in einem wirklichkeitsfremden Gebiet, indem man Abstraktionen aus Abstraktionen herausholt. Berechtigt wäre die Sache nur dann, wenn empirische Tatbestände notwendig machten, sich mit dem, was man durch so etwas herausbekommt, nach den Vorstellungen dieser Tatbestände zu richten.

Es handelt sich also darum: Wo liegt das Erfahrungsgemässe für dasjenige, was die Abstraktion «Raum» eigentlich ist? Denn der Raum als solcher, wie er bei Euklid vorgestellt wird, ist eine Abstraktion. Worinnen liegt das, was erlebbar, was wahrnehmbar ist?

Da müssen wir zunächst sagen: Wir müssen von der menschlichen Erfahrung des Raumes ausgehen. Der Mensch, hineingestellt in die Welt, nimmt durch seine eigene Tätigkeit der Erfahrung eigentlich nur *eine* Raumdimension wahr, und das ist die Tiefendimension. Dieses Wahrnehmen, dieses erarbeitete Wahrnehmen der Tiefendimension durch den Menschen beruht auf einem Bewusstseinsvorgang, der sehr häufig nicht beachtet wird. Allein dieses erarbeitete Wahrnehmen ist doch etwas ganz anderes als die Vorstellung des Ebenenmässigen, die Vorstellung der Ausdehnung in zwei Dimensionen. Wenn wir mit unseren beiden Augen, also mit unserem Totalgesicht in die Welt sehen, so wissen wir nie etwas davon, dass diese zwei Dimensionen durch eine eigene Tätigkeit, durch ein Sich-mit-der-Seele-Betätigen zustande kommen. Sie sind sozusagen da als zwei Dimensionen. Während die dritte Dimension - wenn auch durchaus dies Tätige gewöhnlich nicht ins Bewusstsein heraufgehoben wird - durch eine solche gewisse Betätigung zustande kommt. Wir müssen uns eigentlich erst das Wissen, die Erkenntnis darüber erarbeiten, wie tief im Räume darinnen, wie weit entfernt von uns irgendein Gebilde liegt. Die Ausdehnung der Fläche, die erarbeiten wir uns nicht, die ist durch die Anschauung gegeben. Aber durch unsere zwei Augen erarbeiten wir uns tatsächlich die Tiefendimension. So dass die Art und Weise, wie wir die Tiefendimension erleben, zwar hart an der Grenze des Bewussten und des Unbewussten liegt; aber wer gelernt hat, auf

solche Sachen seine Aufmerksamkeit zu richten, der weiss, dass die halb unbewusst oder drittels unbewusst, nirgends [ganz] bewusst zustande kommende Tätigkeit der Abschätzung der Tiefendimension viel mehr einer Verstandestätigkeit, überhaupt einer aktiven Seelentätigkeit ähnlich ist als all dasjenige, was nur in der Ebene angeschaut wird.

Es ist also die eine Dimension des dreidimensionalen Raumes schon für unser gegenständliches Bewusstsein tätig erobert. Und wir können nicht anders sagen als: Indem wir die Stellung des aufrechten Menschen betrachten, ist damit etwas gegeben in bezug auf die Tiefendimension - vorne-rückwärts -, was nicht vertauschbar ist mit einer anderen Dimension. Denn einfach dadurch, dass der Mensch in der Welt dasteht und in einer gewissen Weise sich betätigend diese Dimension erlebt, ist das, was er da erlebt, nicht mit irgendeiner anderen Richtung vertauschbar. Für den einzelnen Menschen ist diese Tiefendimension etwas, was mit einer anderen Dimension nicht vertauschbar ist. Es ist durchaus auch so, dass das Erfassen der Zweidimensionalität - also das oben-unten, rechts-links, natürlich auch wenn es vor uns ist - auch an andere Hirnpartien gebunden ist, da es im Sehvorgang, also im sinnlichen Anschauungsvorgang drinnen liegt; während mit Bezug auf die Lokalisation im Hirn das Zustandekommen der dritten Dimension durchaus jenen Zentren nahe liegt, die für die Verstandestätigkeit in Betracht zu ziehen sind. Also hier sehen wir schon, dass beim Zustandekommen dieser dritten Dimension sogar in bezug auf das Erleben ein wesentlicher Unterschied ist gegenüber den zwei anderen Dimensionen.

Steigen wir dann aber auf bis zur Imagination, dann kommen wir überhaupt heraus aus dem, was wir da in der dritten Dimension erleben: Wir gehen in der Imagination eigentlich zur zweidimensionalen Vorstellung über. Und wir haben uns jetzt - allerdings ebenso leise angedeutet wie das Erarbeiten der dritten Dimension im gegenständlichen Vorstellen - auch die andere Vorstellung, die Vorstellung des Rechts-Links, noch zu erarbeiten; so dass da wiederum ein bestimmtes Erlebnis liegt im Rechts- Links. Und endlich, wenn wir zur Inspiration aufsteigen, so gilt dasselbe für das Oben-Unten.

Für das gewöhnliche Vorstellen, das an unser Nerven-Sinnessystem gebunden ist, erarbeiten wir uns die dritte Dimension. Wenn wir uns aber mit Ausschaltung der gewöhnlichen Tätigkeit des Nerven-Sinnessystems direkt ans rhythmische System wenden - was in einer gewissen Beziehung beim Aufsteigen zur Imagination stattfindet, es ist das nicht ganz genau gesprochen, aber das tut für jetzt nichts -, dann haben wir das Erleben der zweiten Dimension. Und das Erleben der ersten Dimension haben wir, wenn wir zur Inspiration aufsteigen, das heisst, wenn wir vorrücken bis zu dem dritten Glied der menschlichen Organisation.

So erweist sich dasjenige, was wir im abstrakten Räume vor uns haben, als genau, weil wir ja alles, was wir uns in der Mathematik erobern, aus uns selbst herausholen. Was sich in der Mathematik ergibt als der dreifache Raum, das ist eigentlich etwas, was wir aus uns selbst heraus haben. Steigen wir aber in uns hinunter durch die übersinnlichen Vorstellung, so ergibt sich nicht der abstrakte Raum mit seinen drei gleich gültigen Dimensionen, sondern es ergeben sich drei verschiedene Wertigkeiten für die drei verschiedenen Dimensionen: vorne-hinten, rechts-links, oben-unten; sie sind nicht miteinander vertauschbar.

Daraus folgt noch ein anderes: Wenn diese drei nicht miteinander vertauschbar sind, ist auch nicht nötig, sie sich mit der gleichen Intensität vorzustellen. Das ist das wesentliche des euklidischen Raumes, dass wir die  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -Achse - es ist das ja vorauszusetzen für jede Berechnung eines Geometrischen - mit gleicher Intensität vorstellen.

Wenn wir die  $x$ -,  $y$ -  $z$ -Achse uns vorhalten, so müssen wir - wenn wir bei dem bleiben wollen, was uns unsere Gleichungen sagen in der analytischen Geometrie, aber eine innere Intensität der drei Achsen annehmen - diese Intensität gleichwertig vorstellen. Wenn wir etwas die  $x$ -Achse elastisch vergrössern würden mit einer gewissen Intensität, so müssten sich die  $y$ - und  $z$ -Achsen mit gleicher Intensität vergrössern. Das heisst, wenn ich dasjenige, was ich ausdehne, nun intensiv fasse, so ist die Kraft des Ausdehnens, wenn ich so sagen darf, für die  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -Achse, also für die drei Dimensionen des euklidischen Raumes, gleich. Deshalb möchte ich - den Begriff Raum in dieser Weise natürlich anwendend - diesen Raum den starren Raum nennen.

Nun, das ist nicht mehr der Fall, wenn wir den realen Raum nehmen, von dem dieser starre Raum eine Abstraktion ist, wenn wir den Raum nehmen, der auf die Weise gewonnen ist, dass er eben aus dem Menschen herausgeholt ist. Dann können wir nicht mehr davon sprechen, dass diese drei Ausdehnungsintensitäten gleich sind. Sondern im wesentlichen ist die Intensität abhängig von dem, was sich am Menschen vorfindet: Des Menschen Grössenverhältnisse sind durchaus das Ergebnis der Raumausdehnungsintensitäten. Und wir müssen zum Beispiel, wenn wir das Oben-Unten der  $y$ -Achse nennen, uns diese mit einer grösseren Ausdehnungsintensität vorstellen als zum Beispiel die  $x$ -Achse, die entsprechen würde dem Rechts-Links. Wenn wir nach einem formelhaften Ausdruck für diesen realen Raum suchen, wenn wir also wiederum, was da real gemeint ist, formelhaft ausdrücken würden - also wiederum Abstraktion; wir müssen uns nur bewusst bleiben, dass diese Abstraktion eben eine Abstraktion ist -, bekämen wir dann ein dreiachsiges Ellipsoid.

Nun liegt aber auch die Veranlassung vor, diesen dreiachsigen Raum, in dem das übersinnliche Vorstellen leben muss, in seinen drei ganz verschiedenen Ausdehnungsmöglichkeiten so vorzustellen, dass wir mit dem realen  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -Achsenenerleben, das uns mit unserem physischen Körper gegeben ist, diesen Raum auch als dasjenige erkennen, was dann gleichzeitig das Wirkungsverhältnis der in diesem Raum befindlichen Weltkörper zum Ausdruck bringt.

Wenn wir uns das vorstellen, so müssen wir in einer gewissen Weise bedenken, dass auch alles, was wir uns da draussen in diesem dreidimensionalen Weltenraume denken, nach verschiedenen Richtungen hin nicht einfach mit gleicher Ausdehnungsintensität der  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -Achse zu denken ist, wie das bei dem euklidischen Raum der Falle ist, sondern wir müssen uns denken, dass der Weltenraum an sich eine Konfiguration hat, die auch durch ein dreiachsiges Ellipsoid vorzustellen wäre. Und dafür spricht durchaus die Anordnung gewisser Sterne. Man nennt gewöhnlich unser Milchstrassensystem eine Linse und so weiter. Es ist durchaus nicht möglich, es sich als eine Kugelfläche vorzustellen; wir müssen es uns in einer anderen Weise vorstellen, wenn wir schon bei einer rein physischen Tatsache bleiben.

Sie sehen gerade bei der Behandlung des Raumes, wie wenig naturgemäss das neuere Denken ist. In den älteren Zeiten, den älteren Kulturen, hat sich niemand einer solchen Vorstellung hingegeben, wie es die des starren Raumes geworden ist. Man kann noch nicht einmal sagen, dass in der euklidischen Geometrie schon eine klare Vorstellung von diesem starren Räume mit den drei gleichen Ausdehnungsintensitäten, auch den drei aufeinander senkrecht stehenden Linien, vorlag. Sondern erst, als man anfang den Raum Euklids rechnend zu behandeln - indem eben das Abstrahieren in der neueren Zeit ein wesentlicher Grundzug des Denkens geworden ist -, ist eigentlich diese abstrakte Vorstellung des Raumes entstanden. In älteren Zeiten hatte man durchaus ähnliche Erkenntnisse, wie ich sie jetzt eben wiederum aus der Natur des übersinnlichen Erkennens heraus entwickelt habe. Sie können daraus ersehen, dass Dinge, auf die man heute so unendlich stark baut, die man als Selbstverständlichkeit betrachtet, im Grunde genommen eine solche Bedeutung nur aus dem Grunde haben, weil sie in einer wirklichkeitsfremden Sphäre spielen. Der Raum, mit dem man heute rechnet, ist eine Abstraktion; er spielt durchaus in einer wirklichkeitsfremden Sphäre. Er ist abstrahiert von Erfahrungen, von denen wir allerdings durch reales Erleben wissen können. Aber man begnügt sich heute vielfach mit dem, was Abstraktionen sind. In unserer Zeit, wo man so viel auf Empirie pocht, beruft man sich am alleröftesten auf Abstraktionen. Und man merkt es nicht. Man glaubt, sich in der Wirklichkeit mit den Dingen zu bewegen. Aber Sie sehen, wie sehr unsere Vorstellungen in dieser Beziehung der Rektifizierung bedürfen.

Der Geistesforscher fragt bei jeder Vorstellung nicht bloss, ob sie logisch ist. Logisch ist durchaus der Riemannsche Raum auch, obwohl er in gewisser Beziehung nur eine Dependence des euklidischen Raumes ist; aber aus dem Grunde ist er im Vorstellen eigentlich doch nicht zu vollziehen, weil man zu ihm kommt mit einem ganz abstrakten Denken, indem man auf Grund einer Schlussfolgerung, zu der man gekommen ist, gewissermassen mit seinem ganzen Denken umkippt. Der Geistesforscher fragt beim Vorstellen nicht bloss, ob es logisch ist, sondern ob es auch wirklichkeitsgemäss ist. Das ist für ihn das Entscheidende, eine Vorstellung anzunehmen oder nicht. Erst dann nimmt er eine Vorstellung an, wenn diese Vorstellung wirklichkeitsgemäss ist.

Und dieses Wirklichkeitsgemässein wird als Kriterium gegeben sein, wenn man überhaupt einmal sachgemäss auf solche Vorstellung eingehen wird, welches die Berechtigung zum Beispiel von so etwas wie die Relativitätstheorie ist. Sie ist für sich, möchte ich sagen, weil sie sich nur innerhalb des Gebietes der logischen Abstraktion erfasst, so logisch, wie nur irgend etwas logisch sein kann. Es kann schon nichts logischer sein als die Relativitätstheorie! Aber die andere Frage ist diese, ob ihre Vorstellungen vollziehbar sind. Und da brauchen Sie nur die Vorstellungen, die dort als analoge aufgeführt werden, anzusehen, so werden Sie finden: Das sind eigentlich ganz wirklichkeitsfremde Vorstellungen, mit denen nur so herumgeworfen wird. Das sei nur zum Versinnlichen da -, sagt man zuvor. Aber es ist eben doch nicht nur zur Versinnbildlichung da. Sonst würde wiederum die ganze Prozedur in der Luft hängen.

Das also möchte ich sagen über das, worauf sich die Frage bezieht. Sie sehen, es ist nicht möglich, Fragen, die auf solche Gebiete hingehen, so ganz leicht zu beantworten.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Dornach, 26. August 1921

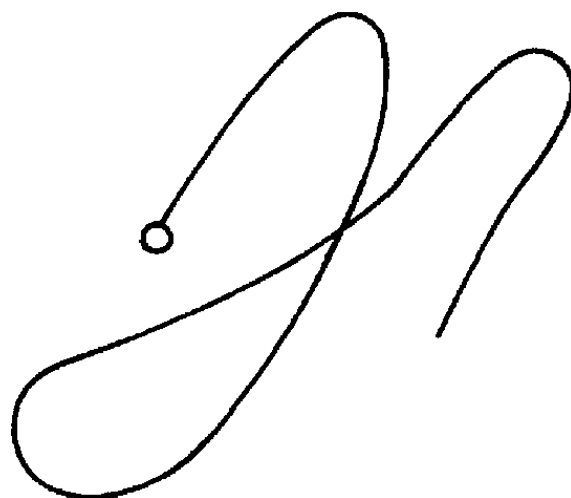
Frage: Ob man es so verstehen soll, dass die Sonne in einer Spirale durch den Raum fortschreitet, und dass die Erde nachher kommt in einer Spirale, also nicht rundherum um die Sonne sich bewegt?



Es ist verhältnismässig leicht möglich innerhalb einer längeren Vortragsreihe dasjenige, auf das hier angespielt ist, genauer auseinanderzusetzen; es ist aber fast unmöglich, dasjenige zum Verständnis zu bringen, was da zugrunde liegt, wenn es sich darum handeln soll, einiges auf eine Fragestellung hin in wenigen Worten zu sagen. Die Antwort auf diese Frage kann ja zunächst natürlich so gegeben werden, dass man einfach die Ergebnisse der geisteswissenschaftlichen Forschung in wenigen Worten zusammenfasst, und dann hat man etwa das folgende zu sagen.

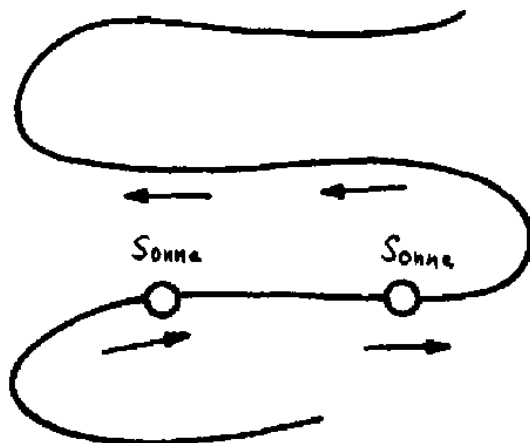
Dasjenige, was sich herausstellt, das ist zunächst dieses, dass, wenn der Mensch von irgendeinem Gesichtspunkte aus aus den beobachteten Ergebnissen Schlüsse zieht auf die Verhältnisse im Kosmos, so sind die Ergebnisse solcher Schlüsse ja immer nur einseitig. Einseitig waren die Konklusionen des ptolemäischen Weltsystems und [diejenigen aus] anderen [Weltsystemen], einseitig sind auch die Konklusionen des kopernikanischen Weltsystems. Denn es werden immer Bewegungsverhältnisse, die man beurteilt von einem [bestimmten] Standpunkte aus, in Wirklichkeit durch solche Bewegungen, die man von diesem einen Standpunkt aus überhaupt nicht beurteilen kann, ergänzt oder verändert.

Nachdem ich dieses vorsichtigerweise vorausgesetzt habe, möchte ich Sie bitten, ein zunächst für weitere Anschauungen brauchbares Ergebnis der Geisteswissenschaft über das Verhältnis der Erdenbewegung zur Sonnenbewegung hinzunehmen. Das ist so, dass man sich vorzustellen hat, die Sonne bewegt sich in einer Kurve durch den Weltraum. Diese Kurve, genügend weit verfolgt, stellt sich als eine komplizierte Spiralform heraus. Wenn ich die Verhältnisse einfach zeichne, einfacher als sie sich zunächst darstellen, so würde ich folgende Form der Sonnenbahn bekommen (Figur 65a).



Figur 65a

Die Erde bewegt sich nun in derselben Bahn, und zwar läuft sie hinter der Sonne nach. Wenn Sie nun die verschiedenen möglichen Stellungen der Erde zur Sonne betrachten, so werden Sie sehen, bei dem hier Gezeichneten würde ein Beschauer nach rechts blicken müssen, um die Sonne zu sehen.



Figur 65b

Ich werde eine andere mögliche Stellung zeichnen (Figur 65b). Die Pfeile geben die Blickrichtung. Man sieht das eine Mal die Sonne so hin, das andere Mal die Sonne so hin. Wenn Sie sich das in der entsprechenden Weise innerlich modellieren, so werden Sie leicht begreifen, dass dieses Nachlaufen der Erde [hinter] der Sonne dadurch gewissermassen das eine Mal von der einen, das andere Mal von der anderen Seite sich ausnimmt wie eine Bahn der Erde um die Sonne in einem Kreise oder in einer Ellipse.

Während man es also zu tun hat mit einem Nachlaufen der Erde um die Sonne, wird dieses [noch weiter] differenziert durch gewisse Verhältnisse, deren Auseinandersetzung stundenlang in Anspruch nehmen würde. In Wahrheit dreht sich eigentlich bloss die Blickrichtung.

Wie gesagt, was ich Ihnen hier zusammenfasse, ist Ergebnis langwieriger geisteswissenschaftlicher Untersuchungen und kompliziert sich ja noch, wenn man andere Verhältnisse hinzunimmt, denn man muss sich klar sein darüber, wenn man überhaupt immer mehr und mehr überblickt von den Sonnenverhältnissen, so verschwimmt allmählich dasjenige, was sich sonst leicht und bequem mit einigen Linien aufzeichnen lässt, so wie man es für die Schulbuben mit dem kopernikanischen System macht, da verschwimmt [alles] allmählich in ein immer Komplizierteres und Komplizierteres. Die Linien gehen über in etwas, was man überhaupt nicht mehr zeichnen kann, sondern was aus dem Räumlichen dann überhaupt herausfällt. Das vom Standpunkte der Geisteswissenschaft.

Vom Standpunkte der [naturwissenschaftlichen Entwicklung möchte ich bemerken, dass dasjenige, was heute den Menschen [an dem oben entwickelten Forschungsergebnis] so frappiert, eigentlich durchaus schon im Kopernikanismus drinnenliegt. Nur verhält sich die Sache so: Kopernikus selbst hat drei Sätze aufgestellt, den einen, der dazu führt, anzuerkennen die Bewegung der Erde um ihre Achse; den zweiten, der dazu führt, anzuerkennen die Bewegung der Erde um die Sonne, und den dritten, der dazu führt, sich diese Bewegung der Erde um die Sonne nur als eine ideelle, als eine vorläufig angenommene zu denken und in Wirklichkeit diese Bewegung aber nicht anzuerkennen, sondern eben das Verhältnis der Erde zur Sonne als ein Feststehendes anzunehmen.

Dieser dritte Satz des Kopernikus zeigt also, dass Kopernikus in Wirklichkeit davon überzeugt war, dass die zweite Bewegung, die Umdrehung der Erde um die Sonne, nur eine aus Bequemlichkeit für gewisse Rechnungen angenommene ist, dass er also gar nicht denkt, sie als eine Wirklichkeit anzuerkennen. Diesen dritten Satz lässt man also heute überall weg, kümmert sich nicht um ihn, und dadurch denkt man sich nach Kopernikus das ganze Weltgebäude so aufgebaut, wie es nur nach den zwei ersten Sätzen ist. In dem Augenblicke, wo man den Kopernikanismus wirklich studieren würde, würde man zu dieser Annahme auch aus der Rechenastronomie heraus kommen, die zur Annahme dieses [dritten Gesetzes] führen würde. Sie sehen, wie eigentlich wissenschaftliche Entwicklung oftmals ist.

## FRAGENBEANTWORTUNG

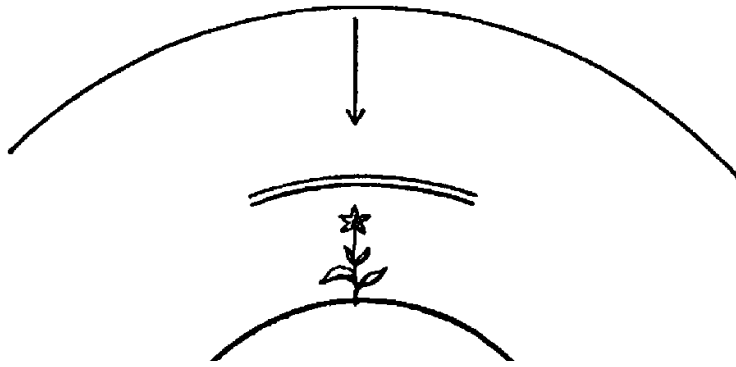
Den Haag, 12. April 1922

*Frage über den mehrdimensionalen Raum.*

Nicht wahr, wenn ich das gewöhnliche Koordinatensystem habe, so habe ich den dreidimensionalen Raum charakterisiert. Nun geht man ja - wir wollen es nur schematisch besprechen - aus gewissen algebraischen Voraussetzungen heraus weiter, indem man denselben Prozess, der von der Ebene in den dreidimensionalen Raum hineinführt, abstrakt fortsetzt, und man kommt da in die vierte Dimension, in die fünfte und so weiter hinein, in einen  $n$ -dimensionalen Raum. Und es ist dann so-

gar möglich, sagen wir, Körper zu konstruieren - Hinton hat das getan -, den Tesseract zu konstruieren, aber das ist ja kein wirklicher Körper, sondern die Projizierung des wirklichen Tesseracts in den dreidimensionalen Raum hinein.

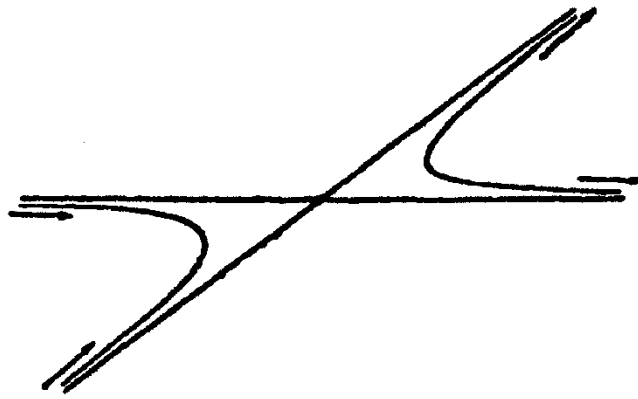
Nun ist die Sache so: Rein theoretisch-abstrakt ist ja natürlich gegen solche Ableitungen nichts einzuwenden. Man kann theoretisch auch übergehen, sagen wir, von dem dreidimensionalen Raum zur vierten Dimension in der Zeit, wenn man dabei innerhalb der Rechnungsformeln so verfährt, dass man den Sprung berücksichtigt, der ja doch vollzogen wird - denn es ist ja doch ein anderes, wenn man übergeht von der ersten in die zweite Dimension und in die dritte Raumesdimension, als wenn man in Zeit übergeht. Aber wenn man das verfeinert, (...) dann kann man in die Zeit übergehen. So bekommt man einen abstrakten vierdimensionalen Raum. Wenn man abstrakt bleibt, kann man das so lange machen, als man im rein Intellektualistischen stecken bleibt, solange man nicht genötigt ist, die Sachen anschaulich zu verfolgen. Dann aber hat man es zu tun mit einem Problem, das, während der rein abstrakte Gedankengang in einen regressus in infinitum führt, anschaulich zu einem Elastizitätsproblem wird. Wir könnten auch beim Pendel zunächst denken, es schlafe immerfort weiter aus. Aber im Dynamischen werden wir einen Schwingungszustand bekommen. So ist es in Wirklichkeit. Wenn man in die imaginative Anschauung hinaufkommt, so kann man einfach den Prozess nicht mehr vollziehen in infinitum, dass man eine vierte und so weiter Dimension annimmt. Dann ist man genötigt, wenn ich die erste Dimension  $+ a$ , die zweite  $+ b$ , die dritte  $+ c$  bezeichne, wenn ich den realen Raum nehme, nicht die vierte  $+ d$  zu schreiben, sondern durch die Natur der Sache bin ich genötigt,  $- c$  zu schreiben. So dass die vierte Dimension einfach Stück für Stück die dritte aufhebt und es bleiben nur zwei übrig. Statt vier bekomme ich also am Ende des Prozesses zwei Dimensionen. Und so bin ich auch genötigt, wenn ich die fünfte annehme,  $- b$  zu setzen, und bei der sechsten  $- a$ . Das heisst, ich komme zum Punkt zurück. Die Elastizität hat zurückgeschlagen in den Ausgangspunkt. Und das ist nicht wiederum etwas, was zum Beispiel nur in der Imagination vorliegt, also ein subjektives Experiment ist, sondern das realisiert sich dann in der Art, wie ich es vorgestern dargestellt habe.



Figur 66a

Man hat es wirklich zu tun, solange man, sagen wir, hier die Erde hat und die Wurzel der Pflanze ins Auge fasst, man hat es zu tun mit einer besonderen Ausbildung der Schwerkraft. Da steht man drinnen in der gewöhnlichen Raumes-Dimensionalität. Will man aber die Form der Blüte erklären, dann kommt man damit nicht aus. Dann muss man, statt den Koordinatenanfangspunkt zu nehmen, den unendlichen Raum nehmen, der ja nur die andere Form ist für den Punkt. Und dann kommt man dazu, statt hinauszugehen zentrifugal, zentripetal hineinzugehen (Figur 66a). Man kommt zu dieser Wellenfläche. Statt dass die Sache versprüht, drückt es von aussen herein, und man bekommt dann jene Bewegungen, die gleitende oder schabende Bewegungen sind oder Druckbewegungen, bei denen man falsch gehen würde, wenn man Koordinatenachsen vom Koordinatenmittelpunkt aus nehmen würde, sondern man muss die unendliche Sphäre als Koordinatenmittelpunkt nehmen und dann lauter nach dem Zentrum hingehende Koordinaten. Also, man bekommt das auch qualitativ gegensätzliche Koordinatenachsensystem, sobald man ins Ätherische kommt. Dass man das nicht berücksichtigt, das ist der Fehler bei der gewöhnlichen Äthertheorie. Hierin liegt die Schwierigkeit der Definition des Äthers. Bald sieht man ihn als flüssig, bald als Gas an. Da liegt der Fehler vor, dass man ausgeht von dem Koordinatensystem, das vom Mittelpunkt aus gesehen ist. Sobald man aber in den Äther kommt, muss man die Sphäre nehmen, und das gesamte System statt von innen nach aussen, umgekehrt konstruieren.

Die Dinge werden, wenn sie mathematisch verfolgt werden und ins Physikalische hinüberkommen, interessant, und manches würde gerade zur Lösung von Grenzproblemen auch noch beigetragen werden können, wenn man einmal diese Theorien, die hier anfangen sehr real zu werden, ausbilden würde. Allein, dafür ist noch furchtbar wenig Verständnis vorhanden. Ich habe zum Beispiel einmal in einer mathematischen Universitäts-gesellschaft einen Vortrag gehalten, wo ich versuchte, an diese Dinge heranzuführen.



Figur 66b

Ich habe ausgeführt, dass, wenn man hier die Asymptoten einer Hyperbel hat und hier die Hyperbeläste, man sich dasjenige, was man sich hier rechts vorzustellen hat, und zwar auseinandersprühend, hier links vorzustellen hat zusammensprühend, so dass eine völlige Umkehr stattfindet (Figur 66b). Diese Dinge führen allmählich hinein in eine konkretere Behandlung des Raumes. Aber man findet dafür heute wenig Verständnis. Man findet vielfach sogar bei reinen Analytikern eine gewisse Abneigung gegen die synthetische Geometrie. Und diese neuere synthetische Geometrie ist einmal der Weg, aus dem rein formalen Mathematischen herauszukommen zu dem Problem, wo man das Empirische fassen muss. Solange man mit der blossen analytischen Geometrie rechnet, kommt man nicht an die Gebiete der Wirklichkeit heran. Da hat man nur die Endpunkte der Koordinaten ausgebildet, den geometrischen Ort der Koordinaten und so weiter. Bleibt man beim Konstruieren beim Linearen und bei Kreisen, dann steht man in Linien darinnen, ist aber genötigt, eine gewisse Anschaulichkeit zu Hilfe zu nehmen. Das ist das, was synthetische Geometrie so wohltätig macht, um herauszukommen aus dem Formalen und zu zeigen, wie man das Mathematische in der Natur darinnen zu denken hat.

### *Frage über die Relativitätstheorie*

Die Diskussion über die Relativitätstheorie kann nicht zu Ende gehen; solange man sich streng auf den Standpunkt des dreidimensionalen Raumes als Zuschauer des Weltgeschehens stellt, so lange kann keine Rede davon sein, dass man die Relativitätstheorie widerlegen kann. Also in bezug auf den Anschauungsraum gibt es keine Widerlegung der Relativitätstheorie. Denn für die Anschauung ist es selbstverständlich ganz gleichgültig, ob die Kugel sich abplattet oder der gesamte Raum sich ausdehnt in der Richtung nach einwärts, nach der die Kugel sich abplattet. Also

so lange man es zu tun hat mit der Anschauung des dreidimensionalen Raumes, ist die Einsteinsche Relativitätstheorie absolut richtig. Und historisch ist die Einsteinsche Relativitätstheorie aufgetreten in dem Moment der Menschheitsentwicklung, der Wissenschaftsentwicklung, in dem man eben dazu gekommen ist, rein räumlich zu denken, das heisst auszugehen vom euklidischen Raum und von diesem aus weiterzudenken, auch im Sinne der nichteuklidischen Räume oder im Sinne der Relativitätstheorie. Also eine Widerlegung, die sich innerhalb des dreidimensionalen Raumes ergeben würde, gibt es für die Einsteinsche Theorie nicht.

Figur 67a



Erst dann beginnt die Möglichkeit, darüber zu diskutieren, wenn man den Übergang findet in das ätherische Gebiet; wenn Sie übergehen von dem physischen Leibe, dem dreidimensionalen Raumesleibe, zu dem Ätherleibe. Dann haben Sie den Ätherleib nicht gebildet in zentrifugaler Richtung, sondern in zentripetaler Richtung. Und dann leben Sie mit dem Ätherleib innerhalb des gesamten Raumes, des Totalraumes. Dann nehmen Sie, wenn Sie zum Beispiel einmal in sich wahrnehmen eine Entfernung zwischen dem Punkt A und dem Punkt B, wenn Sie das als Ihr Erlebnis haben, dann nehmen Sie die Entfernung von A bis B das eine Mal als diese und das andere Mal als diese wahr (Figur 67a). Wenn Sie das in sich haben, dann können Sie sagen: in dem Augenblicke, wo ich es in mir habe, das eine Mal und das andere Mal, dann muss sich entweder der eine oder der andere Punkt bewegt haben absolut, aber ich muss in der Totalität des Raumes darinnenstehen. Dann beginnt erst die Möglichkeit der Diskussion. Deshalb bin ich überzeugt davon, dass alle Diskussionen, die heute nach geltenden Begriffen über die Relativitätstheorie verlaufen, zuletzt immer so endigen werden, dass man sagen kann: Nun ja, woher wissen Sie das? Dagegen in dem Momente, wo man auch zu solchen Dingen übergeht, wo sich schon Absolutheiten ergeben, nämlich zum inneren Anschauen, da beginnt die Sache so zu werden, dass man sagen muss: Gerade an solchen Dingen wie der Relativitätstheorie zeigt sich, dass wir angekommen sind an demjenigen, was Nietzsche genannt hat den Zuschauerstandpunkt. Der ist in der Relativitätstheorie bis zum

äussersten Extrem gebildet. Und wer diesen Standpunkt einnimmt, für den gilt einfach die Relativitätstheorie. Da ist nichts einzuwenden dagegen. Dagegen kann sie durchkreuzt werden. In Stuttgart hat ein fanatischer Relativitätstheoretiker den Leuten klar gemacht, wie es einerlei ist, ob ich eine Bewegung hin oder eine Bewegung her mache. Wenn ich eine Zündholzschachtel habe und ein Streichhölzchen, das eine Mal fahre ich mit dem Hölzchen über die Schachtel, das andere Mal bewege ich die Schachtel über das Hölzchen. Ganz selbstverständlich, da ist die Relativitätstheorie absolut richtig. Ich hätte nur gern dem Herrn zugerufen: Bitte, nageln Sie die Schachtel einmal an die Wand an und machen Sie nun die Sache!

Das ändert nichts an der Gültigkeit der Relativitätstheorie. Es zeigt nur: wie man vom zweidimensionalen Raum in die Tiefendimension gehen kann, so kann man überall in der Welt hineingehen ins Geistige, und dann hört die Gültigkeit der Relativitätstheorie auf, erst dann. Also deshalb sagte ich: Die Diskussionen über die Relativitätstheorie haben immer die Tendenz in sich, in infinitum auszulaufen, weil vom reinen Beobachtungsstandpunkt aus nichts einzuwenden ist. Man kann immer Gegenargumente gegenüber andern Gegenargumenten aufbringen.

Wenn Sie in der reinen Zuschauerwelt stehen bleiben, da stehen Sie eigentlich immer als Beobachter ausserhalb des Beobachteten und Sie haben einen Radikalschnitt zu machen zwischen Subjekt und Objekt. In dem Augenblick, wo Sie hinaufkommen zu höherer Erkenntnis, hört ja diese Subjektivität und Objektivität auf. Man kann schon noch etwas anderes sagen. Es ist nur nicht möglich, in einer solchen Fragebeantwortung alles zu sagen. Aber wenigstens das Folgende möchte ich noch zur Anregung vorbringen: So lange man in der Zuschauerwelt, der Raumeswelt bleibt, ist die Relativitätstheorie als solche nicht zu widerlegen. Gelangt man hinaus aus der Zuschauerwelt, so gelangt man erst in Welten hinein, wo wir nicht bloss Zuschauer sind, sondern wo es Miterleben gibt, zum Beispiel Schmerz. Und in dem Augenblick, wo Sie den Übergang finden von der blossen Relation - dass es innerhalb von Relationen nur eine Relativitätstheorie geben kann, ist begreiflich -, wo Sie zu Wesenhaftigkeiten kommen, also zum innerlichen Erleben fortschreiten, in dem Augenblick des Schmerzes zum Beispiel hört die Möglichkeit auf, darüber zu spekulieren, ob relativ oder nicht. Also deshalb können Sie nicht Widersprüche konstruieren und dann sagen: Wenn ein Widerspruch da ist, ist keine Wirklichkeit da. Im Leben sind eben Widersprüche real, weil die Entitäten des Lebens verschiedenen Sphären angehören, die ineinanderfliessen. In dem Augenblick, wo Sie zur Wirklichkeit übergehen, dürfen Sie nicht mehr sagen: Wenn ich einen Widerspruch statuieren, muss ich ihn auflösen. Wenn er real ist, kann ich ihn nicht auflösen. Es handelt sich also tatsächlich darum, dass in der Welt der Relationen die Relativitätstheorie selbstverständlich herauskommen musste. Und wenn es sich nur darum handelte, den reinen Zuschauerstandpunkt festzuhalten, dann würde gegen die Relativitäts-

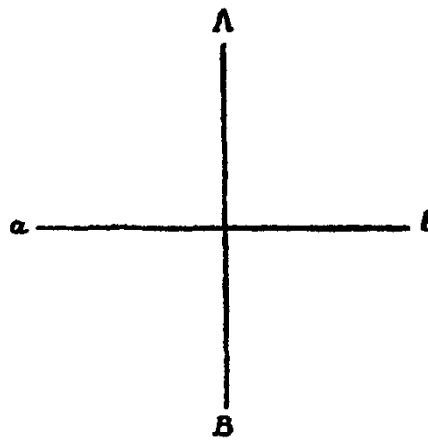


theorie nichts einzuwenden sein. In dem Augenblick aber, wo man in Wesenhaftigkeiten hineinkommt, in Schmerz und Freude, lässt sie sich nicht mehr halten.

*Frage: Was meint Herr Dr. Steiner, wenn er sagt, dass der physische Leib ein Raumleib ist, der Bildekräfteleib ein Zeitleib? Der physische Leib lebt doch auch in der Zeit, indem er aufwächst und zerfällt.*

Ja, das ist nur ungenau gedacht, wenn ich so sagen darf. Um dieses auf ein genaues Denken zurückzuführen, müssten Sie erst eine Analyse des Zeitbegriffes einmal vornehmen. Bedenken Sie nur: Wie die gewöhnlich gemeinte Wirklichkeit vor uns steht, ist ja Raum und Zeit ineinander verwoben. Man kann solche Dinge erst dann denken, wenn man auseinanderhält Raum und Zeit. Im gewöhnlichen gegenständlichen Erkennen haben Sie ja die Zeit überhaupt nicht gegeben. Sie messen ja die Zeit durch lauter Raumgrößen, und Veränderungen in den Raumgrößen sind die Erkennungsmittel für dasjenige, was dann als Zeit gilt. Denken Sie sich doch nur eine andere Zeitmessung. Sie messen sonst immer die Zeit nach dem Raum. Das ist nicht der Fall in dem Augenblick, wo Sie zum wirklichen Erleben der Zeit übergehen. Das tun die Menschen zumeist unbewusst. Eigentlich wird das Denken durch die imaginative Erkenntnis ins Bewusstsein heraufgehoben. Ein wirklich zeitliches Erleben aber haben Sie, wenn Sie zum Beispiel, sagen wir, am 12. April 1922 um 4 Uhr 4 Minuten und soundsoviel Sekunden ihr Seelenleben nehmen.

Wenn Sie dieses Ihr Seelenleben in diesem Augenblick nehmen, so hat es einen zeitlichen Querschnitt. Sie können nicht davon sprechen, dass da irgendein Raumesquerschnitt innerhalb dieses zeitlichen Querschnittes ist. Innerhalb dieses zeitlichen Querschnittes liegt nun aber Ihre ganze zunächst irdische Vergangenheit drinnen, und Sie müssen, wenn Sie schematisch zeichnen wollen, wenn das der Strom Ihres Erlebens ist von *a* nach *b*, den Querschnitt *A* bis *B* zeichnen (Figur 67b



Figur 67b

Sie können nicht anders, als Ihr gesamtes Erleben in diesen Querschnitt hinein verlegen, und dennoch gibt es darin eine Perspektive. Sie können sagen, zeitlich weiter zurückliegende Erlebnisse bilden sich in geringerer Intensität ab als zeitlich nähere. Das wirkt aber alles in dem einen Querschnitt drinnen. So dass Sie andere Beziehungen herausbekommen, wenn Sie die Zeit wirklich analysieren. Die Zeit können wir überhaupt nur zu einer Vorstellung erheben, wenn wir nicht die Analyse nehmen, die wir in der Physik gewohnt sind, nach Raum-Erkenntnismitteln, sondern nur, indem wir auf unser Seelenleben selbst reflektieren. In Ihrem Seelenleben stecken Sie aber, wenn Sie auch nur abstrakte Gedanken haben, in dem Zeitleib drinnen. Das ist das Wichtige, dass man nun wirklich diesen Zeitleib als einen Organismus aufzufassen in der Lage ist. Sehen Sie, wenn Sie irgendwelche Indispositionen, sagen wir durch diese oder jene Verdauungsstörung, im Magen verspüren, so können Sie unter Umständen sehen, dass auch ganz andere Gebiete Ihres Raumesorganismus dadurch in Mitleidenschaft gezogen werden. Der Raumesorganismus ist so, dass die einzelnen Gebiete räumlich voneinander abhängig sind.

Beim Zeitorganismus ist das so, dass, trotzdem wir ein Später und ein Früher haben, Später und Früher in organischer Weise zusammenhängen. Ich drücke das manchmal so aus, dass ich sage: Nehmen wir an, wir haben einen sehr alten Menschen. Wir finden, wenn solch ein alter Mensch zu jüngeren Leuten, zum Beispiel zu Kindern spricht, dass sein Zusprechen an den Kindern abprallt, dass seine Worte gar nichts für die Kinder sind. Und wir finden einen anderen Menschen. Wenn der zu Kindern spricht, ist es etwas ganz anderes. Seine Worte fließen von selbst in die kindlichen Seelen ein. Wenn Sie nun studieren - man studiert nur diese Dinge nicht, weil man sehr selten den ganzen Menschen ins Auge fasst, man hält sozusagen nicht so lange mit der Aufmerksamkeit still, dass man zum Beispiel das beobachtet -, worauf das Segnende der Kraft eines älteren Mannes oder einer alten Frau beruht, so muss man manchmal zurückgehen in die erste Kindheit. Soweit dehnt man die

Beobachtung heute nicht aus. Das muss die Anthroposophie machen. Da gehen Sie zurück und werden finden: Wer im Alter segnen kann, wer im Alter diese eigentümliche geistige Kraft in sich hat, dass seine Worte wie Segen in jugendliche Menschen einfließen, der hat in der Jugend beten gelernt. Ich drücke das bildlich so aus: Gefaltete Hände in der Jugend werden zu segnenden Händen im Alter.

Da haben Sie einen Zusammenhang zwischen demjenigen, was als Einfluss auf andere Menschen im späteren Alter wirkt und was in der ersten Kindheit, sagen wir, an frommen Gefühlen und dergleichen in dem Leben vorhanden war. Da ist ein organischer Zusammenhang zwischen dem Früheren und dem Späteren. Und nur wenn man den ganzen Menschen kennt, sieht man, wie er unendlich viele solcher Zusammenhänge hat. Heute stecken wir eben mit unserem ganzen Leben ausserhalb dieser Wirklichkeit. Wir bilden uns ein, dass wir ganz strotzen von Wirklichkeit, aber wir sind Abstraktlinge in unserer Lebenskultur. Wir achten nicht auf die wahre Wirklichkeit. So achten wir zum Beispiel auf solche Dinge nicht. Wir achten auch nicht darauf, dass wir, wenn wir einem Kinde etwas beibringen, möglichst vermeiden müssen, namentlich im Volksschulalter, ihm scharfkonturierte Begriffe zu geben. Die sind wirklich so für das spätere Alter, als wenn man die Glieder einschnüren würde und sie nicht grösser wachsen liesse. Was wir dem Kinde überliefern, muss ein Organismus sein, muss beweglich sein. Da kommen Sie nun allmählich an das heran, was ich mit einem Organismus meine. Natürlich, vollständig ist es nur möglich innerhalb der Imagination. Aber man kommt trotzdem zu einer Vorstellung von einem Organismus, wenn man sich nur klar darüber ist, dass eben dasjenige, was im Menschen zeitlich verläuft, sich nicht bezieht auf den Raumesorganismus, sondern auf den Zeitorganismus.

Nun sehen Sie, dass in der Zeit eine Realität liegt. Sie können es wiederum aus der Mathematik heraus entnehmen. Da hat es einmal eine ganz nette Diskussion gegeben. Ich glaube, Ostwald war es, der darauf aufmerksam gemacht hat - also kein Anhänger der Geisteswissenschaft, sondern ein Mensch, der nur nicht gerade Materialist ist —, dass die organischen Prozesse, die in der Zeit verlaufen, nicht mit dem mechanischen Prozess umkehrbar sind. Nun ist es aber so, dass man mit der gewöhnlichen Rechnung überhaupt an die Zeitprozesse gar nicht herankommt. Sie bleiben mit der gewöhnlichen Rechnung eigentlich immer ausserhalb der Zeitprozesse. Sie verfolgen nicht die Prozesse als solche. Wenn Sie zum Beispiel in einer Formel für die Mondfinsternis negative Grössen einsetzen, so kriegen Sie die weiter zurückliegenden Dinge, aber Sie bewegen sich nicht mit den Dingen weg. Sie bewegen sich nur in der Raumesphäre. Und so bekommt man auch nur einen richtigen Begriff von dem, was eigentlich physischer Leib des Menschen ist, wenn man trennen kann vom Zeitlichen das Räumliche. Beim Menschen ist es von fundamentaler Bedeutung, weil man überhaupt zu keinem Verständnis kommt, wenn man

nicht weiss, dass bei ihm alles Zeitliche als Entität für sich verläuft, und das Räumliche von dem Zeitlichen als von etwas Dynamischem beherrscht wird, während bei einer Maschine das Zeitliche nur eine Funktion ist desjenigen, was räumlich wirkt. Das ist der Unterschied. Beim Menschen ist das Zeitliche ein Reales, während beim Mechanismus das Zeitliche nur eine Funktion des Raumes ist. Darauf kommt es zuletzt hinaus.

*Frage: Einstein sagt, dass das raum-zeitliche Kontinuum ein vierdimensionales ist. Wenn ich Herrn Dr. Steiner gut verstanden habe, sagt er, dass das Vierdimensionale zum Zweidimensionalen wird, indem die vierte Dimension eine negative dritte ist. Ist dies nun so aufzufassen, dass die imaginative Welt mit dem Einsteinschen Kontinuum in Beziehung steht? Wenn ich in der Art der äusseren Wissenschaft denke, muss ich sagen, dass ein solcher Raum eine Ebene ist, und so würde dann die imaginative Welt eine ganz bestimmte Ebene im dreidimensionalen Raum sein, die zwar nicht gerade und im Raum ruhend zu sein braucht, aber doch in jedem bestimmten Augenblick nach zuweisen sein soll. Dies ist wahrscheinlich nicht anthroposophisch gedacht, aber ich möchte gern wissen, wie die Anthroposophie sich hierüber ausspricht.*

Es ist eigentlich mit Ausnahme einiger Bemerkungen ganz anthroposophisch gedacht, was der Fragesteller aufgeschrieben hat. Ich möchte Folgendes darüber sagen: Es ist durchaus richtig, dass, wenn man realiter, also nicht abstrakt von den drei Dimensionen übergehen will in die vierte, man diese vierte mit negativen Vorzeichen setzen muss, das heisst, der Übergang in die vierte vernichtet einfach die dritte, hebt sie auf, wie die Schuld das Vermögen aufhebt. Anders ist es nicht zu denken. Nur wenn man eben in abstracto forteilt, kann man zu dem regressus in infimum kommen, der eigentlich immer weitere und weitere Dimensionen annimmt. Aber das ist ein abstraktes Fortarbeiten, nicht ein Hinschauen auf die Dinge. Kommt man in die imaginative Welt hinein, so hat man es durchaus zu tun mit einer Ebene-Welt, wenn man überhaupt sich der Ausdrücke bedienen will, die man aus der Geometrie hernimmt. Man hat es zu tun mit der Zeitebene-Welt. Die hat die Eigentlichkeit, dass eigentlich aufhört die Möglichkeit, sie nun wiederum auf die dritte Raumesdimension zurückzubeziehen. Das ist schwer vorzustellen, aber Sie haben schon ein Analogon dafür in der synthetischen Geometrie. Diese ist ja genötigt, die Grenze des Dreidimensionalen, wenn ich also das Dreidimensionale begrenze, als Fläche zu denken, aber nicht als Kugelfläche, sondern als Ebene. Also die synthetische Geometrie nimmt ja an, dass der dreidimensionale Raum von einer Ebene be-

grenzt ist. Da kommen Sie also zunächst, wenigstens für die Grenze des Dreidimensionalen, selbst auf eine Ebene, die Sie wiederum, wenn Sie sie in ihren Grenzen denken, nicht als einen Kreis, sondern als eine Gerade denken müssen, und zwar kommen Sie an eine Gerade, die nicht zwei, sondern nur einen Endpunkt hat. Sie kommen zu der Notwendigkeit, mit dem Denken die Anschauung nicht voll decken zu können, trotzdem es konsequent ist, von einer Ebene als der Grenze des dreidimensionalen Raumes zu sprechen, von einer Geraden als der Grenze einer Ebene zu sprechen, nicht von einem Kreis, und von einem unendlich fernen Punkt zu sprechen, der die Gerade begrenzt. Das sind reale Vorstellungen für die synthetische Geometrie. Sie spielt in das hinüber, was in der imaginativen Welt Anschauung wird. Nur, wenn man sagt, die imaginative Welt liegt auf einer Ebene, hat man es nicht damit zu tun, dass man diese Ebene zurückbeziehen kann auf den dreidimensionalen Raum durch Koordinaten, sondern sie ist aus den drei Dimensionen herausgehoben und sie ist ebenso irgendwo wie überall. Das ist schwer vorzustellen, und zwar aus dem Grunde, weil man gewöhnt ist, im Dreidimensionalen sich vorzustellen. Aber die imaginative Welt liegt nicht im Dreidimensionalen. Daher sind auch die Definitionen des Dreidimensionalen nicht mehr anwendbar auf sie. Wir haben nur ein Analogon für die imaginative Welt wiederum in der Kunst, und zwar dann, wenn wir die Malerei aus der Farbe heraus üben. Wenn wir das tun, arbeiten wir ja auf der Fläche, der Ebene, und wenn wir auch auf einer gekrümmten Fläche arbeiten, so hat die Krümmung der Fläche ihren Ursprung nicht eigentlich in der Malerei, sondern in anderen Verhältnissen. Wir arbeiten eigentlich in der Ebene, und da haben wir jetzt nicht nur die Möglichkeit der zeichnerischen Perspektive - die Perspektive kommt ja, wie Sie vielleicht wissen, erst sehr spät auf in der Malerei, erst vor ein paar Jahrhunderten, das ist ja eine neue Sache, dass wir in Perspektive malen, ist ein Korrelat für den Raum -, aber wir haben die innere Perspektive für die Farbe. In Dornach ist nach solchen Grundsätzen gemalt worden. Aus der Empfindung heraus, nicht aus dem Gedanken, aus der Farbe ergibt sich, wenn Gelb auftritt, dass einem das entgegenkommt und voll einem entgegenkommt in seiner Wirkung, dass es beginnt, aggressiv gegen einen zu werden. Dagegen, wenn man Blau malt, entfernt es sich. Es ist auf derselben Fläche. Sie haben also, indem Sie nur die zweidimensionale Ausdehnung zur Verfügung haben, doch die Möglichkeit, dasselbe auszudrücken, was sonst in der Dreidimensionalität sich realisieren lässt. Das ist das, was ich nur zur Veranschaulichung geben möchte, denn die imaginative Welt ist doch etwas anderes als die malerische Welt.

Trotzdem die Sache sehr anthroposophisch gedacht ist, kann man doch nicht so ohne weiteres sagen, dass die imaginative Welt mit dem Einsteinschen Kontinuum in Beziehung steht. Das Einsteinsche Kontinuum beruht eben auf Abstraktion, nicht auf Anschauung. Und es ist eben nach Analogie der anderen drei Dimensionen in

dem Sinne vierte Dimension, wie man es eben dann nicht annehmen kann, wenn man vorzieht, von der gegenständlichen Erkenntnis, die im dreidimensionalen Raum abläuft, zur realen übersinnlichen Erkenntnis überzugehen, die sich in der Imagination zunächst ergibt, und die, wenn sie durch den Raum ausgedrückt werden soll, nur so ausgedrückt werden kann, dass man die dritte Dimension eben durch ihre eigene Negation verschwinden lässt. In der Realität nimmt sich das dann so aus, dass - ich werde jetzt etwas sagen, was manchen sehr gewagt erscheinen wird, aber es ist eine Erfahrung - wenn Sie in der gegenständlichen Welt mit gesundem Menschenverstand sich bewegen, Sie nur dann orientiert sind, wenn Sie in den drei Dimensionen orientiert sind. Sie haben die erste Dimension, die in Ihrer eigenen aufrechten Stellung liegt, die zweite in der Links-rechts-Dimension, die dritte, die Sie beim Visieren haben. In diesen drei Dimensionen leben Sie gar nicht darin, wenn Sie in der imaginativen Welt sind, in der Imagination sind. Da leben Sie selbst in den zwei Dimensionen. Sollte ich dies lokalisieren, so müsste ich einen Schnitt machen durch den Menschen senkrecht durch. Es ist da, bei der Imagination, nur möglich, zu reden von Oben- und Unten-, Rechts- und Links-Dimension. Nur tragen Sie sie mit, wenn Sie gehen. So kann ich nicht sagen, dass ich sie im Räume auf ein Koordinatenachsen- System beziehen kann. Ich kann sie nicht definieren nach der euklidischen Geometrie. Aber sie wird real im Anschauen. Es hat keinen Sinn, von imaginativer Welt redend, von drei Dimensionen zu sprechen, sondern man muss sich klar darüber sein, dass man es zu tun hat mit einem Erleben der Zweidimensionalität, und die können Sie nicht erleben in der gegenständlichen Welt. Zwei Dimensionen werden real in der imaginativen Welt, eine in der inspirierten. Alle Inspirationen bewegen sich in vertikaler Richtung, wenn man sie überhaupt lokalisieren will Die Intuition ist punktual, aber wiederum nicht auf ein Koordinatenachsen-System zu beziehen. Ich darf da nicht zurückgehen in den euklidischen Raum.

## FRAGENBEANTWORTUNG

Dornach, 29, Dezember 1922

Sie konnten aus dem Vortrag entnehmen, dass ein Unterschied gemacht werden kann zwischen dem Tastraum und dem Sehraum. Nun bietet gerade dieser Unterschied, der gemacht werden kann zwischen dem Tastraum und dem Sehraum, die Anregung, dass wir nicht stehenbleiben brauchen bei der Betrachtung des Mathe-

matischen auf der einen Seite und des Körperlichen auf der anderen Seite. Denn es bleibt ja schon so, wie Sie meinen Vorträgen entnehmen können, dass Mathematik das Erzeugnis des menschlichen Geistes oder des Menschen überhaupt ist, und dass, je mehr Sie sich in diejenigen Gebiete hineinbegeben, welche rein mathematisch sind, welche abgegrenzt mathematisch sind, dass Sie um so weniger dazu kommen, die Wirklichkeit abzufangen; daher sehen Sie auch diese Schwierigkeit, die ja immer wieder auftaucht, wenn in der neueren Zeit man mit dem Mathematischen die Wirklichkeit abfangen will.

Sie sehen zum Beispiel den Übergang der unendlichen Kugel in der projektiven Geometrie in die Ebene und werden kaum mit den gewöhnlichen Wirklichkeitsvorstellungen, die der Mensch aus dem empirischen Verhalten zur Welt hat, zusammenkommen mit diesem Eckpunkt der projektiven Geometrie. Das, was sich als Aufgabe ergibt, und woran intensiv von denen gearbeitet werden müsste, die die Vorbildung haben - und das sind nicht wenige -, das ist das folgende. Es ist das, dass wir versuchen müssen, aus den mathematischen Vorstellungen heraus die Wirklichkeit abzufangen, und zwar auf ganz konkreten Gebieten, und darüber will ich Ihnen Andeutungen machen, die Aufstellung eines Problems. Die Lösung kann nur gelingen, wenn die Mathematiker sich auf die Hosen setzen - verzeihen Sie den Ausdruck. Die Problemstellung ist die folgende.

Versuchen Sie einmal, das, was Ihnen hier theoretisch entwickelt worden ist als Tastraum, so zu behandeln, dass Sie ja das ganze Tasterlebnis einreihen müssen für das Erderleben des Menschen - und mit dem hat man es ja zu tun -, dass Sie das ganze Tasterlebnis, also auch die Dimensionalität, die in ihm steckt, einreihen müssen in die Schwerkraft-Verhältnisse. Der Mensch steht innerhalb der Gravitation drinnen und Sie bekommen aus den verschiedenen peripherischen Richtungen, die Sie im Tastraum annehmen können, dann mit zentripetaler Orientierung die Möglichkeit, Differentialgleichungen zu bilden, welche für den Tastraum nach dem Prinzip behandelt werden müssen, wie man in der analytischen Geometrie [und analytischen Mechanik] Gleichungen für die zwangsläufigen Bewegungen behandelt. Dann bekommen Sie die Möglichkeit, diese Gleichungen zu integrieren und Sie bekommen bestimmte Integrale also für das, was im Tastraum erlebt wird, bestimmte Integrale, während Sie mit den Differentialen immer aus der Wirklichkeit herauskommen, denn aus ihr entfernen Sie sich mit den Differentialen immer.

Wenn Sie diese Differentiale integrieren, bekommen Sie die Schemata, von denen ich drüben im Bau sprach. Wenn Sie für diese Integrale wieder [die] Wirklichkeit abfangen wollen, müssen Sie es eben machen, wie ich [in dem genannten Vortrag] andeutete. Sie müssen sich mit den Integralgleichungen bewegen innerhalb des Gebietes des wirklichen Tastens, wobei sich Ihnen ergeben wird, dass die Vertikal-

dimension sich für das Tasten mit einer bestimmten Differenzierung ergibt, so dass Sie, wenn Sie bei dieser Gleichung die Veränderliche mit  $x$  bezeichnen, Sie dem  $x$  ein Vorzeichen geben müssten, zum Beispiel  $+$ . Sie bekommen dann die Möglichkeit, Integrale aufzustellen für die Erlebnisse des Tastraumes. Ich will sie schematisch nennen:

$$\int f(x)dy.$$

Wir würden Integrale bekommen für die Erlebnisse des Tastraumes.

Nun gehen wir zum Sehraum und wenden das gleiche Prinzip an. Wir bilden uns wieder Differentialgleichungen und werden diese Gleichungen wieder behandeln müssen so, wie man in der analytischen Geometrie [und analytischen Mechanik] nach dem Prinzip zwangsläufiger Bewegungen Differentialgleichungen behandelt, und man wird sehen, dass, wenn man integriert, man sehr ähnliche Integrale bekommt, aber solche, die, wenn ich in Rücksicht gezogen habe, dass früher die  $x$ -Variable positiv war, muss ich sie jetzt negativ denken, und wenn ich dann die Integrierung in dieser Weise behandle, bekomme ich in der Tat ein Resultat heraus - das wäre mit allen Schikanen durchzuführen -, ich bekomme ein Resultat, wodurch ich andere Integrale bekomme:

$$\int f(x)dy.$$

Aber wenn ich die beiden voneinander subtrahiere, bekomme ich annähernd Null. Sie heben sich [annähernd] auf. Also, wenn ich integriere für den Sehraum, bekomme ich solche Integrale, welche diejenigen für den Tastraum aufheben. Und die Integrale für den Tastraum werden mich sehr erinnern, nur werden sie ausführlicher sein, an alle Formeln, die ich brauche für Verhältnisse, die sich beziehen auf die analytische Geometrie oder überhaupt auf das Mechanische, nur dass in das Mechanische die Gravitation einbezogen sein muss.



Ich bekomme Integrale für den Sehraum, die mir sehr brauchbar erscheinen werden, wenn ich nur wirklich das, was am Sehen räumlich ist, einmal ordentlich mathematisch betrachte. Denn das geschieht ja immer so, dass man, ausgehend vom Trivialen, Konstruktionen aufstellt über das Sehen und nicht das betrachtet, dass, wenn man den Sehraum ins Auge fasst, man rechnen muss mit der zwangsläufig vertikalen Bewegung, dass das Sehen immer in die Zwangsläufigkeit entgegengesetzt der Gravitation gezwungen wird.

Wenn man das betrachtet, habe ich auf der einen Seite die Möglichkeit, die Integrale auf die Mechanik zu beziehen und auf der anderen Seite die Möglichkeit, die Integrale auf die Optik zu beziehen. Wir bekommen also die Mechanik und die Optik und so weiter in brauchbaren, die Wirklichkeit umfassenden Integralen.

Nun ist es nicht ganz richtig, dass die Differenz der Integrale Null ergibt, sondern sie ergibt eigentlich etwas, was ein Differential ist. Ich müsste also nicht Null hinschreiben, sondern

$$dx = \int_+ - \int_-$$

und wenn ich mir die Möglichkeit schaffe, durch wiederholtes Aufsuchen von solchen Integralen und Differenzbildern nun Differentialgleichungen entsprechend diesem  $dx$  zu bekommen, werde ich dann sehen, dass wenn ich hier  $dx$  als positiv und hier als negativ nehme, ich hier  $dx$  im mathematischen Sinne als imaginär bezeichnen muss.

Wenn ich aber jetzt die Differentialgleichung, die ich bekomme, integriere, werde ich ein überraschendes Resultat erleben. Sie werden das erleben, wenn Sie das Problem richtig ausführen. Sie bekommen nämlich die akustischen Gleichungen und dadurch die Akustik. Sie haben mit der Mathematik ein innerlich Wirkliches abgefangen. Sie haben gelernt, wie man vertikal nach unten eigentlich die Mechanik schreiben muss, vertikal nach oben das Sehen - Licht ist gleich negative Gravitation -, so wie man horizontal hören muss in Wirklichkeit, und Sie werden dadurch, wenn Sie diese Betrachtungen anstellen, nicht bloss Diskrepanzen betrachten: die Mathematik auf der einen Seite, die Physik auf der anderen Seite - durch die Lagrangeschen Gleichungen -, so werden Sie sehen, dass man da eine ebenso fruchtbare

Arbeit leisten kann auf dem mathematisch-physikalischen Gebiete, wie ich es vorher für das phylogenetische Gebiet angedeutet habe.

In dieser Richtung, aber nicht durch blosses deskriptives Betrachten, sondern Erarbeiten, liegt eigentlich das, was auszumachen ist zwischen der Naturwissenschaft der Gegenwart und der Anthroposophie. Man wird zeigen müssen, dass man mit dem Rechnen in ganz konkreten Wirklichkeiten drinnensteckt.